



TITLE:

砂粒子の運動機構とその移動床問題への応用に関する研究(  
Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

後藤, 仁志

---

CITATION:

後藤, 仁志. 砂粒子の運動機構とその移動床問題への応用に関する研究.  
京都大学, 1992, 博士(工学)

ISSUE DATE:

1992-11-24

URL:

<https://doi.org/10.11501/3064080>

RIGHT:

新 制
工
889
京大附図

# 砂粒子の運動機構と その移動床問題への応用に関する研究

1992年 10月

後 藤 仁 志



砂粒子の運動機構と  
その移動床問題への応用に関する研究

1992年 10月

後 藤 仁 志





# 目 次

第1章 序 論 .....	1
第2章 時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程の モデル化に関する研究 .....	13
2.1 節 概説 .....	15
2.1.1 掃流過程に関する従来の研究 .....	15
2.1.2 研究対象の設定と本研究の構成 .....	17
2.2 節 時空間軸上の非平衡掃流砂モデルのフレームワーク .....	19
2.2.1 時間軸上の非平衡掃流砂モデル .....	19
2.2.2 時空間軸上の非平衡掃流砂モデル .....	21
2.3 節 振動流・一方向流共存場における掃流過程の実験 .....	23
2.3.1 実験の概要 .....	23
2.3.2 解析方法 .....	25
2.4 節 砂礫の初期移動機構に関する研究 .....	26
2.4.1 砂礫の初期移動機構に関する従来の研究 .....	26
2.4.2 砂礫の転動離脱過程に関する数値シミュレーション .....	27
2.4.3 加速度効果を考慮した pick-up rate の推定法 .....	40
2.5 節 時間軸上に展開された掃流砂礫の流送過程に関する研究 .....	44
2.5.1 掃流砂礫の流送過程に関する従来の研究 .....	44
2.5.2 滑動形式による掃流砂礫の流送過程に関する数値シミュレーション .....	45
2.6 節 時間軸上に展開された掃流過程の数値予測 .....	51
2.6.1 振動流・一方向流共存場における pick-up rate から deposit rate への変換過程の数値予測 .....	51
2.6.2 振動流・一方向流共存場における掃流砂量の数値予測 .....	53
2.6.3 波動場における pick-up rate から deposit rate への変換過程の数値予測 .....	55
2.7 節 振動流・一方向流共存場における掃流砂量式 .....	57
2.7.1 正弦波型的主流速変動下における掃流粒子の流送過程 .....	58
2.7.2 半周期流砂量と net の流砂量 .....	63

2.8 節 結語	68
参考文献	69
記号表	71
 第3章 振動流・一方向流共存場における砂漣上の 浮遊過程に関する研究	 75
3.1 節 概説	77
3.1.1 砂漣上の浮遊過程に関する従来の研究	77
3.1.2 本研究の構成と意義	78
3.2 節 振動流・一方向流共存場における砂漣上の浮遊過程に関する実験	81
3.2.1 実験装置と実験条件	81
3.2.2 実験の概要	84
3.3 節 乱流モデルによる砂漣上の振動流・一方向流共存場の 数値シミュレーション	86
3.3.1 流れ場の基礎方程式	87
3.3.2 砂漣上の直交曲線座標系における基礎方程式	88
3.3.3 シミュレーション結果と考察	93
3.4 節 浮遊砂雲の移動過程の数値シミュレーション	96
3.4.1 シミュレーションの方法	96
3.4.2 浮遊砂雲の移動軌跡の特性	98
3.5 節 確率過程モデルによる浮遊粒子の拡散過程の数値シミュレーション	100
3.5.1 シミュレーションの概要	100
3.5.2 浮遊粒子の運動方程式	102
3.5.3 モンテ・カルロ法による乱れ場のモデル化	102
3.5.4 乱れ場のモデル化と浮遊過程の時間スケール	104
3.5.5 シミュレーションによる周期平均浮遊砂量の空間分布推定	109
3.6 節 生成項を有する拡散方程式による浮遊過程の数値シミュレーション	113
3.6.1 基礎方程式と生成項の評価法	113
3.6.2 浮遊砂の拡散係数の評価法	114
3.6.3 シミュレーション結果と考察	117
3.7 節 結語	119
参考文献	121
記号表	123

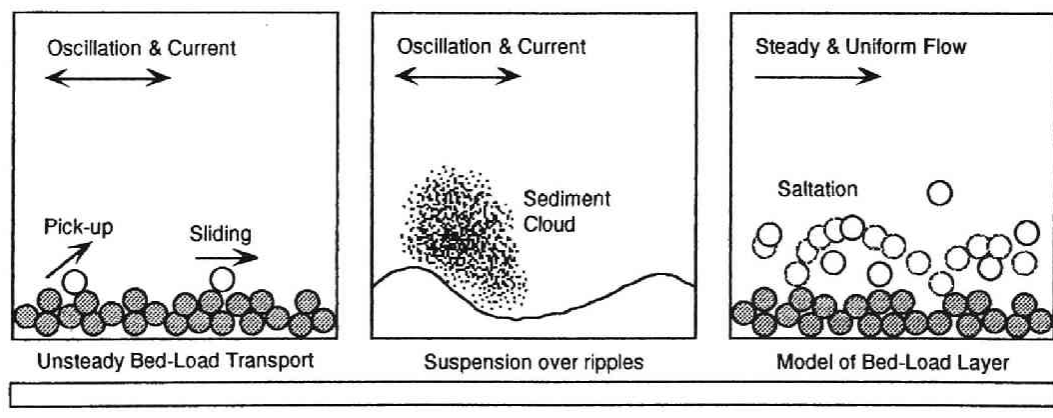
第4章	掃流過程における粒子系と流れ系の相互作用に関する研究	127
4.1 節	概説	129
4.1.1	掃流過程のモデル化に関する従来の研究と確率モデル	129
4.1.2	粒子系と流れ系の相互作用に関する既往の研究	131
4.2 節	saltation 粒子の運動特性に関する実験	133
4.2.1	実験の概要	133
4.2.2	解析方法	133
4.3 節	掃流層における流れ系・粒子系の相互作用のモデル化	135
4.3.1	モデル化の概要	135
4.3.2	掃流粒子を含む2次元流れの基礎方程式	139
4.3.3	successive saltation による粒子系のモデル化	140
4.3.4	粒子系から流れ系への影響を表す負の生成項の評価法	144
4.3.5	流れ系の基礎方程式系の一般形と境界条件	146
4.4 節	シミュレーション結果と考察	148
4.4.1	saltation 粒子を含む流れ場の特性	148
4.4.2	砂粒子の移動速度と鉛直方向存在確率密度	150
4.4.3	saltation の統計特性に関する考察	152
4.5 節	結語	162
	参考文献	163
	記号表	165
	仮想反発面傾斜角の解析解の誘導過程	166
第5章	結 論	169

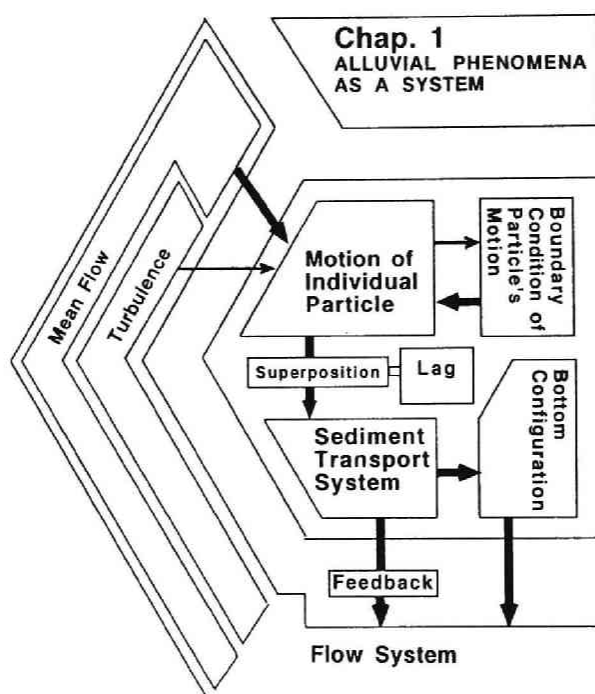


# 第1章

---

## 序 論





## 移動床現象の解明における数値シミュレーションの位置づけ

自然状態の河川や海岸の流れ場は、砂礫により構成された移動床を境界条件とするいわゆる移動床流れであり、砂礫の流送過程の取り扱いが現象理解の鍵である。移動床現象は、単一の砂粒子の運動から流域全体の河床変動や海浜地形の変化までの広範囲のスケールに亘る諸現象の総称であるため、着目する現象に応じた適切なスケールの選択が現象理解の鍵である。河川流砂の場合、概念的には、ミクロ・メソ・マクロの3つのスケールに分類されて論じられるのが普通である<sup>1)</sup>。ミクロスケールの議論は、砂粒子の運動の力学機構の解明を目的としたもので、単一の砂粒子の運動レベルの不規則性に起因する流砂の非平衡の問題などが論じられる。メソスケールの議論は、河川の川幅スケールの現象すなわち砂州の形成とそれに伴う蛇行流れの出現などを対象としたものである。メソスケールの議論においては一般に、流れ場は平面2次元あるいは3次元に取り扱われ、砂粒子レベルでの非平衡性はそれほど支配的でないため、砂粒子系の支配方程式としては平衡流砂量式がよく用いられる。マクロスケールの議論は、長距離にわたる河川の河床変動を論じるもので、ダム建設・河川改修などの河道の境界条件の変化に伴う長時間・広範囲の河床変動が対象であり、1次元解析による方法論が確立されている。

一般には、スケールが小さくなるほど現象の素過程に近づいた普遍的議論となり、スケールが大きくなるにしたがって、地形条件などのローカルな問題を考慮した個別的色彩が強くなる。ローカルな条件の中には地質条件などのようにミクロスケールで論じられるべき特性もあるが、これらは砂粒子の比重・粒径・形状係数・砂粒子間の噛み合わせ効果を示す摩擦係数などにより普遍化されてミクロスケールモデルに取り組みられているのが普通である。

移動床現象の本質的特性の一つである流砂の非平衡性は流れに対する砂粒子運動の応答遅れに起因するため、流砂の非平衡性を表現するには流砂過程を緩和過程として記述する必要が生じる。この緩和過程としての性質は、砂粒子の運動距離スケール（ないしは時間スケール）に近いスケールすなわちミクロスケールにおいて卓越し、スケールが大きくなるにつれて支配的でなくなるが、大スケールの現象は小スケールの現象が積み重ねられて生じていることを考えると、ミクロスケールの流砂現象の解明はメソ・マクロスケールの流砂現象理解の基礎を成すものとして位置づけられる。言い換えると、ミクロスケールの流砂現象の研究目的は流砂の支配方程式すなわち流砂量式を確立することにある。流砂の支配方程式が具備すべき要件には、[1] 既存の実験値との良好な一致と [2] 力学的合理性の2つがある。[1]の要件だけであれば経験式や半経験式でも問題ないが、近年、高度なレベルの移動床系の制御が求められるようになり、既存の実験値の存在しない範囲に外挿して流砂量式を用いる必要が生じるに至って、もはや [1]の要件を満足するだけでは必ずしも十分ではなくなり、[2]の要件を満足する流砂量式の必要性がクローズアップされてきている。[1],[2]の要件を満足するには、砂粒子運動の素過程を力学モデルにより記述するミクロスケールモデルの研究が必要不可欠である。ミクロスケールの研究においては、より普遍的でより詳細な砂粒子の運動特性の把握が重要であるのは言うまでもないが、明らかにすべき特性量の中には今日の計測技術をもってしても計測が極めて困難な特性量が少なくないため、計測面からミクロスケールモデルの研究を進展させるには、新たな計測機器の開発などによる計測手法の飛躍的な発展が是非とも必要である。計測手法の開発に地道な努力を重ねることも確かに重要ではあるが、この状況を打破するための別の方向



からのアプローチについても同時に検討を進める必要があるものと考えられる。

物理現象へのアプローチとしては、a) 物理実験、b) 理論解析、c) 数値シミュレーションの3つがあることはよく知られるところである。いずれのアプローチにおいてもまず、対象とする物理現象の本質を明確化することが初めである。この段階では、現象を支配する物理量の抽出と物理量間の関係の定性的考察が行われる。これに続くプロセスは各アプローチにより異なっている。まず、物理実験の場合、実験対象のモデル化が行われ、実験装置が作成されて、実験が実施され、データが収集される。これに対して、理論解析と数値シミュレーションにおいては、まず、数学モデルが作成され、物理量間の関係が定式化される。簡単な条件下では、数学モデルの解析解が得られることもあるが（理論解析）、工学上の問題の多くが容易に解析解が得られない複雑な問題であり、この場合、数学モデルが離散化されて、コンピュータコードが作成されて数値解が求められる（数値シミュレーション）<sup>2)</sup>。

数値シミュレーションにおけるコンピュータコードは物理実験における実験装置に相当し、物理実験の精度が実験装置や計測機器の精度に依存しているように、数値シミュレーションの精度は数学モデルの良否に依存している（もちろん、離散化手法など精度面での影響を与える因子は他にも存在するが、数学モデルの選択に比べれば、その影響は副次的である）。したがって、数学モデルの適切な選択が行われるか否かが数値シミュレーションの良否を決めると言っても過言ではない。

数学モデルを適切に選択するには、現象の本質すなわち単位構成要素を適切に決定することが必要である。一見すると複雑な現象も単位構成要素まで分割すれば整然とした力学法則に従うはずであるから、単位構成要素さえ適切に決定されれば、その支配方程式系を想定するのはそれほど困難なことではないものと思われる。移動床現象の場合、その単位構成要素すなわち素過程が単一の砂粒子の運動であり、素過程がNewton力学に従うことは自明であるので、素過程の重ね合わせとして現象の全体像を再構成する手法である数値シミュレーションが最も有効に作用する研究分野の一つであると考えられる。

ところで、これまでの数値シミュレーションは主として、物理実験のデータ不足を補う目的で実施され、実験データを内挿する目的で使用されてきたが、ここで言う移動床の数値シミュレーションは、現象の素過程である単一粒子の運動を適切にモデル化したシミュレーションであるから、単に実験データの内挿に止まらず、外挿的な利用や物理実験では容易にとらえることのできない内部構造の推定などのより積極的な利用が可能である。

Fig. 1.1 は、数値シミュレーションによるアプローチについて概念的に示したものである。図中の円(#1)は、対象とする現象のスケールを示したものであり、図の上部には数値シミュレーションによるアプローチが概念的に示されている。また、図の下部に示した棒グラフは、現象全体のうち実験により把握できる割合を示したものである。現象のスケールが十分に大きい場合（レベル1）には現象の全容を実験によって明らかにすることが可能であるが、現象のスケールが小さくなるにしたがって実験では認識できない部分が増加し（レベル2）、現象の素過程（レベル3）になると実験的に把握可能な特性はさらに限定される。単一砂粒子の運動に関しては、砂粒子の移動軌跡は多少精度に問題はあるものの程度は把握可能であるが、運動中の砂粒子に作用する外力となると実験的に把握することは不可能であり、間接的推定に頼らざるを得ない。現象の素過程で最低限認識できることは、単一砂粒子の運動がNewton力

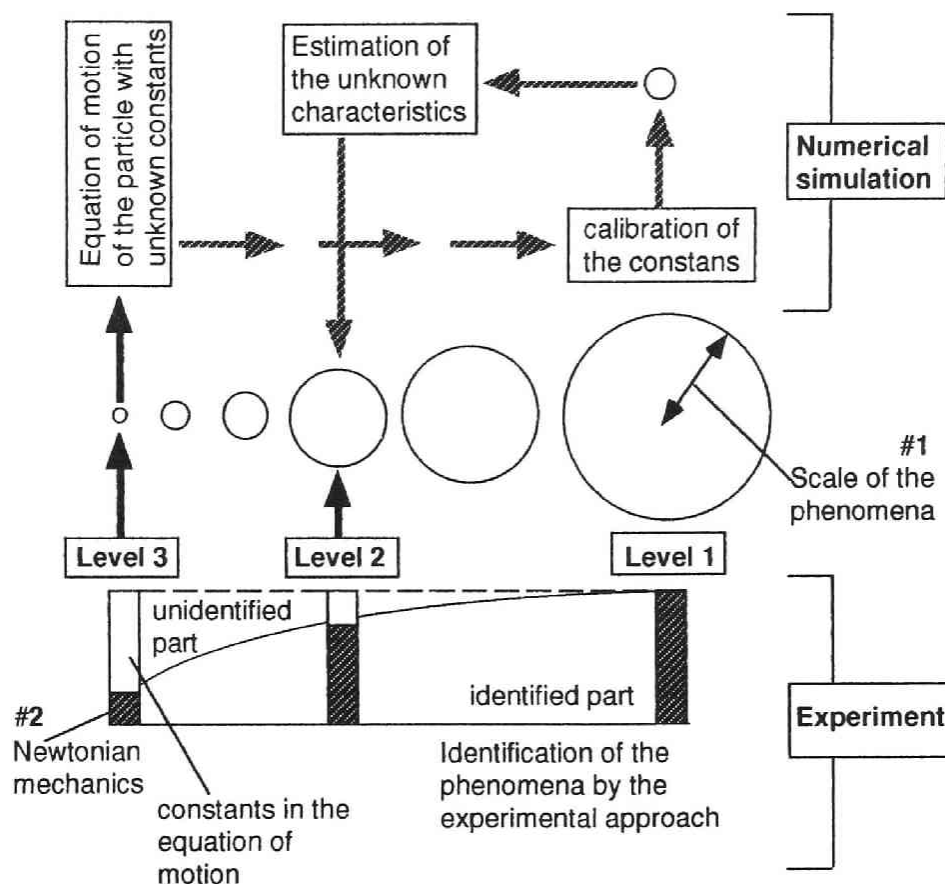


Fig. 1.1 数値シミュレーションの役割

学の体系に帰属する(#2)ということであるから、砂粒子の運動が従うべき方程式は明らかである。したがって、方程式に含まれる外力評価に伴う諸定数の多くが未知である状態を素過程として想定すれば、数値シミュレーション適用の根拠が与えられる。

シミュレーションによるアプローチにおいては、まず、レベル3の素過程のモデルを想定する。この素過程のモデルは幾つかのモデル定数が含まれている。次に、モデルを用いて計測によるデータの収集が十分に可能なレベル1の状態を予測するが、この際にシミュレーション結果が実験値に最もよく適合するようにモデル定数が決定される（この過程は、計測にたとえると流速計のキャリブレーションに相当する）。最後に、モデル定数の設定を終えたシミュレーションモデルを用いて、計測では十分にデータを収集することが困難なレベル2の状態が推定される。

本研究では、移動床系の内部構造推定のための有効な手段として数値シミュレーションを位置づけ、ミクロスケールの移動床研究において実験的アプローチが不可能もしくは極めて困難な場合を含めた移動床系の種々の特性予測に対する数値シミュレーションの積極的利用を試みるものである。

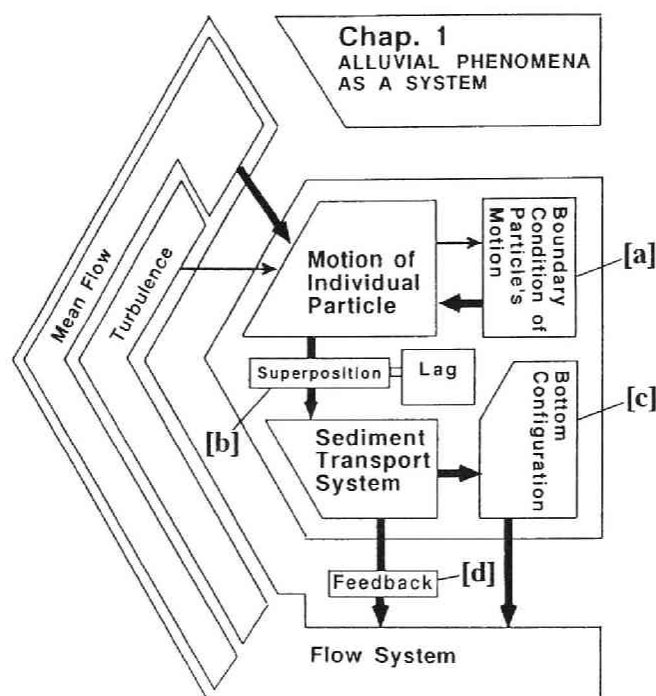


Fig. 1.2 移動床系のシステム論的理解

### 移動床系のシステム論的記述と本研究の構成

移動床系のシステム論的理解を進める上で鍵となるのは、[1] 単一の砂粒子の確率論的運動が重畳されて粒子系の運動が決定される過程に「遅れ」を伴うこと（すなわち緩和過程であること）と、[2] 流れ系と粒子系の相互作用系としての移動床系の特性（すなわち固液二相流的側面）とをどのように取り扱うかという点である。このような移動床系の特性を示したのが、Fig. 1.2 である。単一の砂粒子は流れ場中を確率的境界条件（図中の [a]；例えば、掃流砂の場合には河床構成粒子の不規則凹凸）の下に運動する。単一粒子の運動は主に確率的境界条件の影響で確率的となり、これらが重ね合わされて粒子系の全体像が構成されるプロセスにおいて時間的あるいは距離的「遅れ」(lag)を生じる（図中の [b]）。さらに、粒子系の運動が一定時間継続して生じると、河床形状に変化が生じ、流れ場の境界条件が変化する（図中の [c]）。また、砂粒子が一定以上の濃度になると粒子系から流れ系へのフィード・バック（図中の [d]）が有意となり、粒子混入の影響による流れの構造が変化が生じる。このフィード・バックにより粒子系の運動が流れ系の運動を規定して閉じた系が形成され、現象は一層複雑なものとなる。

なお、本章の以下の部分では、Fig. 1.2 と同様の表現形式を用いて各章の構成が説明される。これは、各章の構成の統一的表示を行なうことにより、各章間の相違点、類似点、モデルの構成上の特徴を端的に示すことを目的としたものである。各章の内容の説明図においては、サブシステム（砂粒子の運動形態や運動の境界条件など）の内容とサブシステム間の関係を示す矢印とが、各章の構成を具体的かつ適切に示

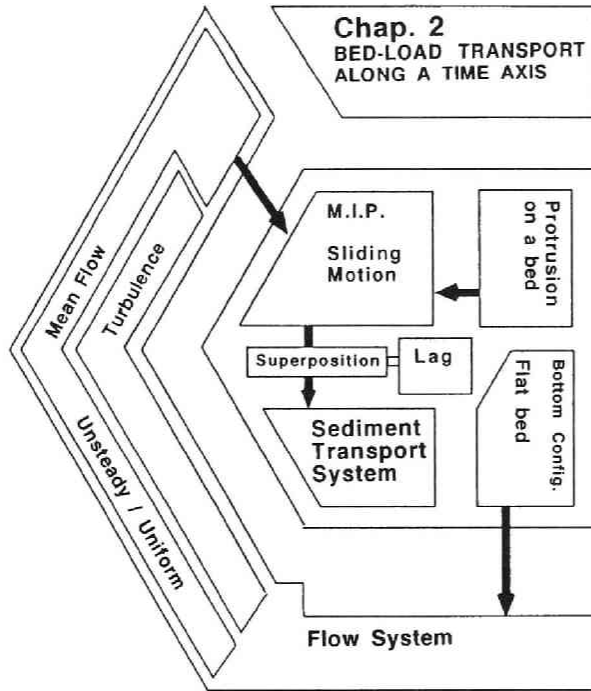


Fig. 1.3 第2章の構成

すように書き換えられている。

流砂の確率モデルとして知られる中川・辻本<sup>4)</sup>の非平衡流砂量式は、Einstein 型の確率モデルを Euler 的に表現したものとして一般に認識されているが、掃流過程を単に確率論の立場から扱っただけでなく、pick-up rate を入力とし、step length の確率密度関数をシステム応答関数とする緩和過程としての掃流過程のシステム論的認識を示しており、Fig. 1.2 の [b] の過程を表現したものと見ることができ

る。このようなシステム論的観点からすれば、システムの impulse 応答を認識することがシステム全体を理解する上での基本となる。一般の移動床系は時空間軸上の緩和過程であるので、空間軸上の緩和過程と時間軸上の緩和過程の impulse 応答の把握が先決である。空間軸上の緩和過程においてはシステムの impulse 応答は、固定床・移動床接続部下流の流砂の流送過程に典型的に現れるため<sup>3)</sup>、この過程を実験的に把握する試みが行われてきた。中川・辻本<sup>4)</sup>は、固定床・移動床接続部下流の掃流過程の実験に非平衡流砂量式を適用している。一方、時間軸上の緩和過程における impulse 応答を把握するには掃流力を瞬間的にしかも階段関数的に変化させる必要が生じるが、実験的には実現困難である。実験的に再現可能であるのは、掃流力が時間的に変化する場合であり、この一例が、本研究第2章および第3章で扱う振動流・一方向流共存場である。

本研究の第2章においては、振動流・一方向流共存場における掃流粒子の移動過程を実験的に把握し、

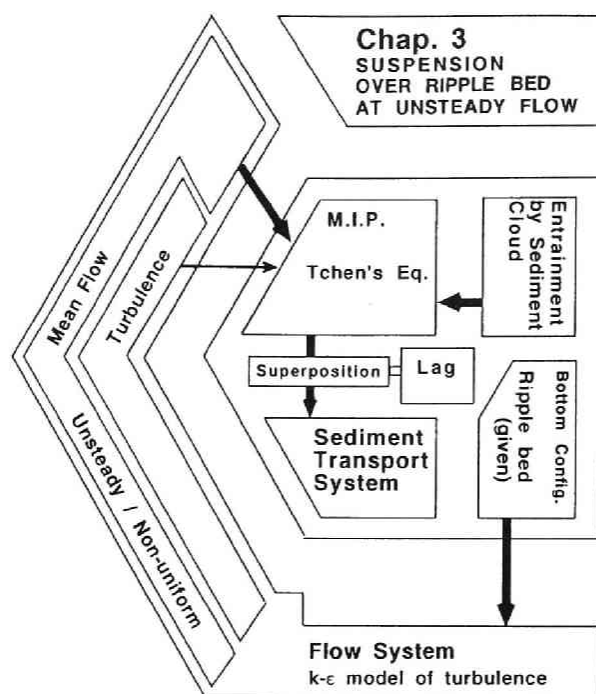


Fig. 1.4 第3章の構成

その構造を時間軸上の impulse 応答を用いた重畳積分型で表現した非平衡流砂モデルによって記述することが試みられる。振動流・一方向流共存場においては、流れが非定常となるため砂粒子の運動特性に関する全てのデータが砂粒子の移動開始時刻の条件付きとなるばかりか、サンプル数も移動開始時刻ごとに異なり、全ての移動開始時刻ごとに十分なサンプル数を確保するのは困難である。そこで、砂粒子の運動機構の数値シミュレーションによりデータの不足を補い、細部の構造を推定するという手法をとっている。

第2章の構成を、Fig. 1.3 に示す。単一の砂粒子は河床構成粒子の不規則凹凸に起因する確率的境界条件の下、主として滑動形式で流れ場中を運動する。河床構成粒子の不規則凹凸との衝突を繰り返す過程で単一粒子の運動は確率的となり、それが重ね合わされて粒子系の全体像が構成されるプロセスにおいて時間的「遅れ」が生じる。ここでは、平坦河床上の掃流過程を対象としているので、粒子系の運動の影響による河床形状の変化は生じず、さらに掃流力があまり大きくない範囲を対象としているので、粒子系から流れ系へのフィード・バックも支配的ではない。したがって、Fig. 1.2 に示されていたこれらの効果を示す矢印が消去されて移動床系は開いた系となり、流れ場を既知として粒子運動が推定される。このフレーム・ワークは、従来の空間軸上の移動床の確率モデルで用いられてきたものと同じであり、この意味で、第2章は空間軸上の非平衡流砂モデルの時間軸上への拡張と位置づけられる。

さらに、河床形状が平坦でなければ、流れ系・移動床系ともに場所的な非一様性が生じ、非一様・非定常な場としての扱いが必要となる。一般の移動床現象は非一様・非定常であるが、非一様性・非定常性の

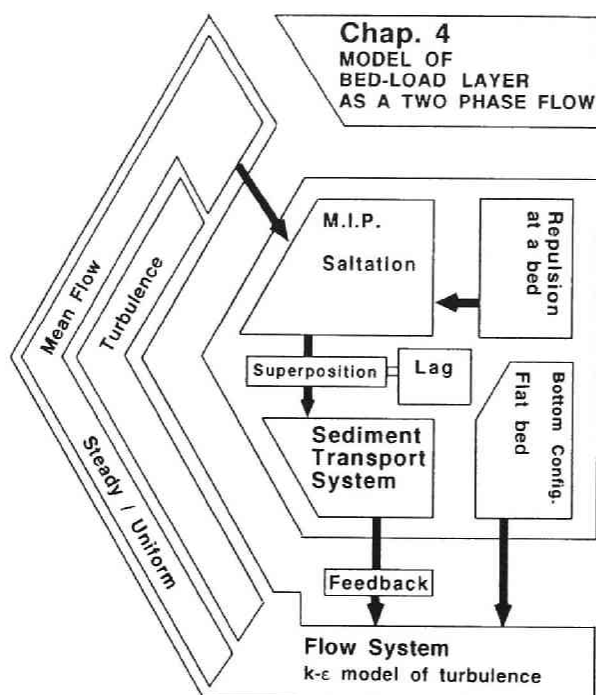


Fig. 1.5 第4章の構成

スケールは現象によって異なっている。時間軸上の緩和過程について言えば、たとえば洪水流や潮汐などの周期の長い変動については準定常の仮定が成立する。本研究で取り扱うのは、砂粒子の運動の遅延機構が全体としての移動床系に変化をもたらす程度の比較的短周期の現象であり、その一例として第3章において、振動流・一方向流共存場における砂漣上の浮遊過程を取り上げる。

振動流・一方向流共存場における砂漣上の浮遊過程においては、浮遊砂雲による非定常な浮遊砂の生成をどのように評価するかが重要であるが、浮遊砂雲に関する特性量を収集するには可視化実験に依存するしかなく、浮遊砂雲の運動特性を定量的に把握するには多大の労力を要することが問題である。そこで本研究においては、乱流モデルによる流れ場の数値シミュレーションと砂粒子運動に関するモンテ・カルロシミュレーションを組み合わせる浮遊砂雲の挙動と浮遊砂の拡散過程を追跡し、浮遊砂雲に関するデータの効率的収集を図るとともに、実験的に把握困難な特性量の推定を試みる。

第3章の構成を、Fig. 1.4 に示す。単一の砂粒子は水流の乱れのために確率的となり、それが重ね合わされて粒子系の全体像が構成されるプロセスにおいて時間的「遅れ」が生じる。ここでは、砂漣が動的平衡状態にある場合を対象としているので、粒子系の運動の影響による河床形状の変化は生じず、さらに浮遊砂濃度があまり大きくない範囲を対象としているので、粒子系から流れ系へのフィード・バックも支配的ではない。したがって、Fig. 1.2 に示されていたこれらの効果を示す矢印が消去され、第2章と同様に移動床系は開いた系となっている。また、流れ場から砂粒子運動への影響については、第2章では掃流

Table 1.1 各章の構成の比較

Chap.	2	3	4
Flow	Oscillation- Current Coexisting	Oscillation- Current Coexisting	Steady and Uniform
Sediment Motion	Sliding Motion	Suspension	Saltation
Boundary Condition of Sediment Motion	Protrusions on a bed	Entrainment by Sediment Cloud	Repulsion at a bed
Bottom Configuration	Flat bed	Ripples	Flat bed
Total System (Open/Closed)	Open	Open	Closed

砂を扱ったため主流速のみを考慮したが、第3章では浮遊砂を取り扱うため、水流の乱れも考慮する必要が生じる。

第2章・第3章は、非定常流れ場における非平衡流砂過程という点で共通しているが、第4章においては非定常性の問題から離れ、粒子系から流れ系へのフィードバックに注目する。単一粒子の運動が重畳されて粒子群の運動が決定される過程が移動床現象の本質であり、確率モデルがこのような移動床現象の本質的構造の記述に適していることは先にも述べたが、従来の確率モデルでは流れ系の構造は粒子混入による影響を受けないとして粒子系から流れ系へのフィードバックは無視され、清水流近似が適用されてきた。混入粒子の影響がさほど大きくない場合すなわち濃度が低い場合は清水流近似で問題ないが、濃度が高くなるにつれ粒子混入による流れ場への影響は大きくなり、清水流近似の適用性に疑問が生じる。第4章ではこのような点に鑑み、PSI(Particle-Source-In)-セルモデルを用いて粒子系から流れ系へのフィードバックを考慮した固液二相流の数値シミュレーションを実施し、掃流層内の流れ場の構造と粒子の運動特性を検討する。

第4章の構成を、Fig. 1.5 に示す。単一の砂粒子は不規則な凹凸を有する河床面との衝突反発を繰り返す不規則継続跳躍(irregular successive saltation)として記述される。ここでは、平坦河床上の掃流過程を対象としているので、粒子系の運動の影響による河床形状の変化は生じず、Fig. 1.2 に示されていたこの効果を示す矢印が消去されている。一方、粒子系から流れ系へのフィードバックについては、粒子の運動を維持するために流れ系が失う運動量がPSI-セルモデルにより評価され、粒子混入の影響によ

る流れ構造の変化が推定されるので、第2章、第3章と異なり、移動床系は閉じた系となる。このような清水流近似を用いない確率モデルを導入することにより、清水流近似の問題点が明確となり、掃流力の大きい領域に対する確率モデルの適用性が向上するものと期待される。

一般に、清水流近似の適用性に疑問が生じるのは掃流力がかなり大きい領域であり、このような領域における粒子を含む流れの計測は必ずしも容易ではないばかりか、粒子自体の運動特性についてもビデオ画像解析に依存せざるを得ないため、系統的なデータの収集には多大の労力を要する。第4章ではこのような状況に鑑みて数値シミュレーションを積極的に活用して、実験データを補充して掃流層の特性を系統的に検討するとともに、既存の実験条件よりさらに掃流力の大きい領域における掃流層の構造についても予測を試みるものである。

最後に、各章間の相違点を明確にするため、各章の構成の特徴を Table 1.1 に示す。

## 参 考 文 献

- 1) 中川博次・辻本哲郎：移動床流れの水理，新体系土木工学23，技報堂，1986.
- 2) 高橋理一：CAE-特集・シミュレーションの世界，数学セミナー，Vol.29,No.11，日本評論社，1990.
- 3) 辻本哲郎・森 明巨・岡部健士・大本照憲：流砂の非平衡の理論とその応用，第33回水理講演会論文集，pp.445-461，1989.
- 4) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T. : Sand bed instability due to bed load motion, Jour. Hydraul. Div., ASCE, Vol.106, HY12, pp.2029-2051, 1980.

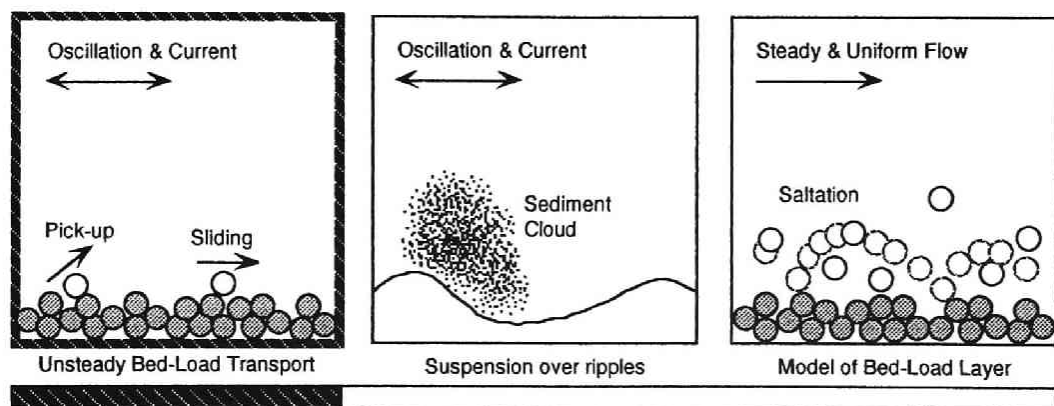


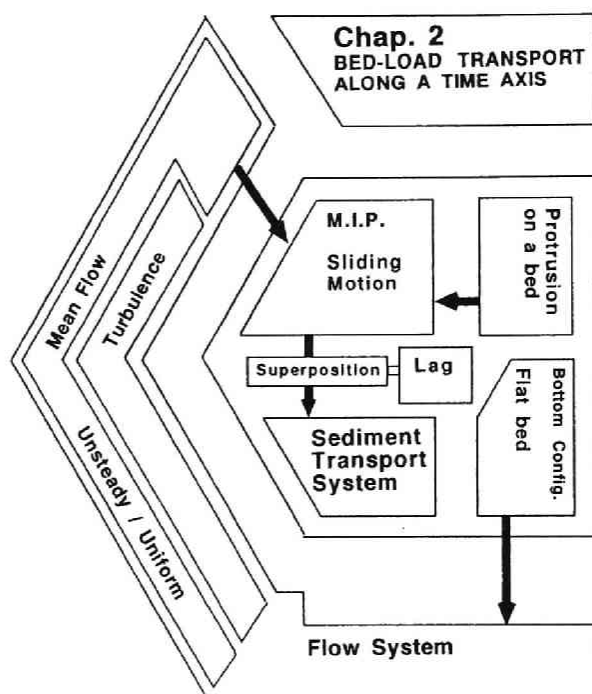


## 第2章

---

### 時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程の モデル化に関する研究





## 2.1 概説

本節では、はじめに従来の研究経緯を概観して既往の掃流砂モデルの特徴を整理し、時間軸上に展開された非平衡流砂過程の記述に適当なモデルの選択を行う。次に、種々のスケールの流体力の変動について考察し、砂粒子レベルの非平衡性が顕著に出現する流体力変動を見いだして、研究対象を設定し、研究の方針と構成について簡単に述べる。

### 2.1.1 掃流過程に関する従来の研究

掃流過程の議論は、マクロな観点からすれば掃流砂量式の議論に他ならない。一般に、平坦河床上の2次元定常等流下での平衡掃流砂量は河床せん断力の関数として表示されるので、両者の関係すなわち掃流砂量式の誘導過程の相違により掃流砂モデルを分類することができる<sup>1)</sup>。

掃流砂モデルには、(A) Kalinske<sup>2)</sup> 型モデル、(B) Einstein<sup>3)</sup> 型モデル、(C) Bagnold<sup>4)</sup> 型モデル、(D) 連続体モデルなどがある<sup>1)</sup>。

(A) Kalinske型モデルは、掃流砂数密度（単位面積あたりの運動砂数）と砂の移動速度の積で掃流砂量を表現するものである。芦田・道上式<sup>5)</sup>は、このタイプのモデルを代表するものであるが、誘導過程において各構成要素は以下のように評価されている。まず、粒子流における Bagnold<sup>6)</sup> の分散圧力の理論を用いて、掃流層内のせん断応力を粒子間衝突により負担される分と水流により負担される分に分割し、掃流層における力の釣合の関係から掃流砂数密度を評価している。一方、砂の移動速度については、滑動形式の平衡移動速度（砂の運動方程式において慣性項をゼロとして求められる速度）を用いることを提案している。

(B) Einstein 型モデルにおいては、掃流砂量は pick-up rate（河床砂が単位時間あたりに離脱する確率密度）と step length（移動開始した砂が再び河床に停止するまでの移動距離）との積で表現される。中川・辻本<sup>7)</sup>は、砂粒子の離脱過程の運動方程式を導入して流体力の変動を考慮しつつ1個の砂の離脱に要する時間を求め、その逆数と関連づけて pick-up rate を評価している。pick-up rate が局所的な水理条件によってのみ規定されるのに対して、step length は砂の運動履歴に依存するため扱いが難しい。Einstein<sup>3)</sup>は「平均 step length は砂粒径の約 100 倍」という見積りを示しているが、この見積りは掃流砂量を評価する上ではまずまずの精度を与えるものの砂粒子の運動機構の考察を伴ったものではなく、理論的裏付けに乏しいものである。掃流砂の運動は河床面との不規則な確率的な接触により特徴づけられるため、砂粒子運動の数学モデル作成に当たっては確率変数が導入されるが、そのために解析解を得ることが困難な場合が多く、そのような場合には数値シミュレーションに依存せざるを得ない。辻本・中川<sup>8)</sup>、関根・吉川<sup>9)</sup>は、掃流砂の運動を saltation で代表させて、河床面との不規則な衝突を組み込んだ数値シミュレーションにより step length を評価することを試みた。

(C) Bagnoldのモデルは、水流のする仕事により掃流砂が運搬されると考えて、巨視的なエネルギー関係に着目したものであるが、モデルが巨視的であるため個々の砂の運動特性をモデルに反映させること

ができないのが問題である。

また最近、江頭・芦田ら<sup>10)</sup>は、土石流のモデルを拡張して (D) 連続体型のモデルにより掃流砂量の推定を行っている。このモデルで想定される運動形態はいわゆる掃流状集合流動のものであり、比較的せん断力の大きい領域では合理的なモデルであると言えることができる。

このように平衡流砂量については、様々なモデルが提案されているが、一般に平衡流砂量が得られるのは、流れと流砂の境界条件が十分な長さを有する一定の距離（または時間）にわたって変化しないときに限られる。例えば、固定床・移動床接続部下流における流砂量は、たとえ流れが等流であっても非平衡性を呈することが知られている<sup>11)</sup>。ところが、平衡流砂モデルの多くは平衡であることを条件として誘導されているため、非平衡状態の説明に適用できない（例えば、Kalinske 型モデルでは、掃流砂礫数密度の推定は平衡状態を前提として行われている）が、Einstein 型モデルの構成要素は必ずしも平衡条件に束縛されるものではない。非平衡流砂量式は、流砂の質量保存則（流砂量の変化は pick-up rate と deposit rate の差に等しい）を示す微分方程式として定式化されるが、中川・辻本<sup>11)</sup>はこれを発展させて、重畳積分形式の流砂量式を導き、固定床・移動床接続部下流の掃流過程に適用して流砂の空間軸上の非平衡性についての良好な説明が可能であることを示している。

中川・辻本式<sup>11)</sup>は、pick-up rate を入力とし、step length の確率密度関数を応答関数とするシステムとして掃流過程を表現しており、移動床をシステム論的に認識したものとして位置づけられる。システムの応答特性は impulse 応答によって規定されるが、空間軸上に展開される非平衡流砂過程における固定床・移動床接続部下流での流砂量はまさにこの impulse 応答に相当する。このように、中川・辻本式には流砂の非平衡性の本質が巧妙に表現されており、非平衡流砂過程を扱う上できわめて有効な表現法であることが理解できる。

一方、掃流漂砂量式の誘導においては、流砂におけるBagnold<sup>4)</sup>のモデルを拡張したパワーモデルがよく用いられ、Einstein 型のモデルの適用例は少ない。漂砂を論じる場合、当然のことながら流れ場は非定常となり、時間軸上に展開された非平衡流砂過程（波動1周期内の変化を議論する場合には平衡にはなり得ない）を論じることとなる。空間軸上に展開された非平衡流砂過程では、システムの impulse 応答は、固定床・移動床接続部下流の掃流過程として実験的に抽出可能であり、流砂量式の表現においても step length が指数分布近似可能であり、かつ step length の場所的依存性が低いため解析解が誘導可能であった。ところが、時間軸上の非平衡流砂過程においては、システムの impulse 応答を実験的に把握するのがきわめて困難であり、pick-up rate, step length とともに時間的に変化するので容易に解析解を得ることができない。このようなことに加えて岸沖漂砂の議論においては、半周期平均漂砂量および net の漂砂量の推定が議論の中心であり、波動1周期内の変化特性が半周期ないしは1周期にわたり積分されてしまうため、時間軸上の非平衡性に起因する掃流漂砂の時間変化波形のずれや歪は精度上あまり問題にならなかったと考えられる（このことは、ずれや歪が十分小さいことを意味するのではなく、ずれや歪の強度が実験値のばらつきと同じかそれを下回る範囲に入っていることを意味している）。これまで波動1波内の非平衡性が議論されることが少なかったのは、上記のような理由からであろう。

このような訳で、既存の岸沖漂砂量式の多くは準定常の仮定に基づいて求められた平均的な漂砂量を表

すものであり、波動 1 波内の漂砂量の時間変化を表す瞬間漂砂量式が論じられた例は少ない。それでも、近年、掃流漂砂の推定精度向上の要求にともない力学モデルに立脚した漂砂量式の必要性が認識され、波動 1 波内の掃流砂量の変動を扱った研究が、Sleath<sup>12)</sup>、柴山・堀川<sup>13)</sup>、沢本・山下<sup>14)</sup>により行われている。特に、沢本・山下は砂粒子の離脱過程において抜け出し角の確率的取扱いを試み、確率モデルを用いて波動場での砂粒子の pick-up rate について議論している。また、彼らは、掃流過程を規定する pick-up rate から deposit rate への変換過程についても実験的検討を実施している。ただし、掃流過程すなわち砂粒子の運動過程は決定論的に取り扱われており、確率論的なモデルが適用されているのは離脱過程のみである。

### 2.1.2 研究対象の設定と本研究の構成

本章では、Einstein 型の掃流砂モデルを発展させて空間軸上の非平衡性を表現した中川・辻本<sup>11)</sup>の非平衡流砂モデルを時間軸上に展開し、時間軸上の非平衡流砂過程の記述を試みる。中川・辻本モデルでは、pick-up rate と step length を構成要素として空間軸上の非平衡流砂過程が表現されたが、時間軸上においては pick-up rate と moving period によって非平衡流砂モデルが構成される。空間軸上において step length が非平衡過程における緩和距離スケールであったのに対して、時間軸上では moving period が緩和時間スケールとなっている。

ところで、掃流粒子に作用する流体力は一般に種々のスケールの変動を含んでおり、掃流粒子もその変動に応答する形で、さまざまな変動を呈している。流体力の変動は、[A] 流れ場自体の変動によるもの、[B] 移動床系の変化に起因する流れの境界条件の変動によるものに大別される。更に [A] の変動は変動周期により、[1] 水流の乱れによる短周期変動、[2] 波動程度の中周期の変動、[3] 洪水波・潮汐などの長周期変動に分類できる。一方、[B] の変動は、河床形状の不規則性や発達時間遅れ、縦断方向の交互分級などに起因するものであるが、これらを論じるには流れ系と移動床系との相互作用についての検討を必要とする。空間軸上の非平衡性の議論が当初、固定床・移動床接続部下流で展開されたように、時間軸上における非平衡性を議論する場合も、impulse 応答の把握が先決であり、その意味で本章では [A] の変動についての研究を進める。これについての理解は、[B] の変動の理解の基礎となると考えられる。

[1] の変動は砂粒子の離脱過程に対して支配的であるので、pick-up rate の推定においては特に移動限界付近で重要であるが、流送過程では支配的な変動ではない。流送過程が確率的となるのは、河床面の境界条件の不規則性すなわち砂粒子スケールの不規則な突起との確率的な接触のためであり、流送過程において水流の乱れが果たす役割は無視できるほど小さいことが知られている<sup>1, 3)</sup>。また、[1] の変動は定常等流下においても存在する変動であり、ここで扱う非定常性の効果とは別に議論されるべき問題である。辻本<sup>15)</sup>は、中川・辻本の非平衡流砂量式を用いて移動床系の動的応答の検出法を提示し、Suszka<sup>16)</sup>による平坦礫床上の定常等流下での流砂量変動の計測結果を良好に説明できることを示している。

[1] の変動が定常等流下においても存在するいわゆる乱れとしての変動であったのに対して、[2],[3] の変動は通常、非定常性として取り扱われるものである。この内、[3] の変動の周期は砂粒子の運動時間スケールである moving period に比べて十分に長いことから、一般に準定常の仮定が適用される。

ところで、非定常性は、[a] 加速度の効果、[b] 履歴効果という2つの効果により表現されるが<sup>17)</sup>、[a] の効果は砂粒子に作用する流体力の評価に加速度項を含めることにより考慮され、[b] の効果は砂粒子の運動をLagrange 的に追跡することにより考慮されるべきものである。これらの効果の何れかが無視し得ない場では準定常の仮定は成立せず、非定常性を考慮した取扱いが重要となる。

本章では、[A] の変動のうち特に [2] 波動程度の中周期の変動を対象に時間軸上に展開された非平衡流砂過程を取り扱う。[2] の変動に着目したのは、[2] の変動が砂粒子の移動時間スケールである moving period 程度の周期を有する変動であり、時間軸上の非平衡性が顕著となる場合に相当するからである。

空間軸上において step length 程度の比較的短い距離スケールの非平衡性が個々の砂粒子の運動の確率的特性を考慮した非平衡流砂モデルにより良好に説明されたことを考えると、時間軸上においては moving period 程度の周期を有する比較的短周期の主流速変動がある場でこの種の非平衡性が卓越するものと考えられる。

本章では、はじめに時間軸上に展開された非平衡流砂モデルを示し、モデルの構成要素である pick-up rate と moving period について砂粒子運動の力学機構を考慮した数値シミュレーションにより検討する。pick-up rate は、砂粒子の離脱過程を転動離脱の運動方程式で表現してランダムな流体力の変動下における砂粒子の応答を模擬することにより評価される。一方、moving period は、流送過程を滑動形式の運動方程式で記述し、河床面との接触の不規則性を考慮して模擬される。シミュレーション結果は、振動流・一方向流共存場における実験結果<sup>18)</sup>と比較され有効性が検討される。振動流・一方向流共存場は、場所的に一様・時間的に非定常な場の典型で、時間軸上に展開された非平衡流砂過程が実現される理想的な場として設定された。さらに、振動流・一方向流共存場を対象に数値シミュレーションにより広範囲なデータの収集が実施されるとともに、実用面を重視して、シミュレーション結果を近似した簡便な流砂量式が誘導される。

ところで、これまでの漂砂量式の導出にあたっては、振動流場が波動場の近似として用いられることが多かったが、波動場においては振動流と異なり質量輸送が存在するので、振動流下の掃流漂砂の議論を単純に延長できるかは疑問である。このような場合、波動場の最も低次の近似として、一方向流を振動流に加えることにより質量輸送を発生させることが考えられる。本研究では、シミュレーション結果の波動場への適用性に配慮する意味からも、振動流・一方向流共存場を対象として設定することとした。なお、本研究で対象とするのは、一方向流速が振動流の流速振幅を上回ることの無い程度の振動流・一方向流共存場である。

また、本章では平坦河床上の均一砂礫の掃流に限定した議論を行うこととしたが、これは、流れ場の変動に対する移動床系の応答特性の本質を理解するために場を単純化することに配慮したためである。

## 2.2 時空間軸上の非平衡掃流砂モデルのフレームワーク

本節では、中川・辻本<sup>11)</sup>により示された空間軸上に展開された非平衡掃流砂過程のフレームワークを拡張して、時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程を重畳積分型の流砂モデルにより記述する。さらに、時空間軸上に展開された非平衡掃流砂過程の一般的表記を示して、本章の以下の節で取り扱われる時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程の位置づけを行うとともに、本章で得られる成果の時空間軸上への拡張に指針を与える。

### 2.2.1 時間軸上の非平衡掃流砂モデル

重畳積分形式の表現で流砂の遅れ機構を定式化した中川・辻本<sup>11)</sup>の非平衡流砂モデルは、空間軸上に展開される掃流過程における種々の非平衡現象を説明する上で極めて有効な手段である。中川・辻本は、pick-up rate と step length とを構成要素とする掃流砂モデルにより、pick-up rate を入力とし流砂量を出力とする一つのシステムとして掃流過程を捉え、局所掃流砂量の局所的水理量に対する空間的遅れ機構を簡単かつ明瞭に説明することに成功している。中川・辻本によると、局所掃流砂量および deposit rate はそれぞれ、

$$q_B(x) = K_B d \int_0^{\infty} p_s(x-\lambda) \int_{\lambda}^{\infty} f_B(\xi|x-\lambda) d\xi d\lambda \quad (2.1)$$

$$P_d(x) = \int_0^{\infty} p_s(x-\lambda) f_B(\lambda|x-\lambda) d\lambda \quad (2.2)$$

と記述される。ここに、 $K_B = A_3/A_2$  であり、 $A_2, A_3$ : 砂粒子の2次元および3次元の形状係数、 $d$ : 砂粒子の粒径、 $p_s(x)$  は位置  $x$  における pick-up rate、 $f_B(\xi|x)$  は、位置  $x$  で pick-up された砂粒子の step length  $\xi$  の確率密度関数である。

式(2.1)を若干変形して、局所掃流砂量は以下のようにも表せる。

$$q_B(x) = K_B d \int_0^{\infty} p_s(x-\lambda) G_x(\lambda|x-\lambda) d\lambda \quad (2.3)$$

$$G_x(\lambda|x-\lambda) = \int_{\lambda}^{\infty} f_B(\xi|x-\lambda) d\xi \quad (2.4)$$

式(2.3), (2.4)の表現により、 $p_s(x)$  を入力とし、 $q_B(x)$  を出力とするシステムとして移動床系が記述され、システムの impulse 応答が、step length の超過確率関数  $G_x(\lambda|x)$  で与えられる。

さらに、流れと流砂の境界条件の空間的な非一様性がそれほど大きくない場合は、移動床場はいわゆる軽微な非平衡性<sup>1)</sup>を呈し、平均 step length の場所的な変化は pick-up rate の変化に比べて緩慢となり、step length の確率密度関数の砂粒子の移動開始位置への依存性は小さくなる。このような場では確率密



度関数  $f_B(\xi|x)$  が移動開始点  $x$  に依存せず単に遅れ距離だけの関数となるので、局所掃流砂量式は以下のように簡略化される。

$$q_B(x) = K_B d \int_0^{\infty} p_s(x-\lambda) G_x(\lambda) d\lambda \quad (2.5)$$

$$G_x(\lambda) = \int_{\lambda}^{\infty} f_B(\xi) d\xi \quad (2.6)$$

一方、時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程は、式(2.1),(2.2)と同様の重畳積分形式で記述されて、時刻  $t$  での瞬間掃流砂量及び時刻  $t$  での瞬間 deposit rate はそれぞれ、

$$q_B(t) = K_B d \int_0^{\infty} p_s(t-\tau) \cdot u_g(t|\tau) \int_{\tau}^{\infty} f_T(\xi|\tau) d\xi d\tau \quad (2.7)$$

$$P_d(t) = \int_0^{\infty} p_s(t-\tau) f_T(\tau|t) d\tau \quad (2.8)$$

と表される。ここに、 $p_s(t)$  は時刻  $t$  の pick-up rate、 $f_T(\xi|\tau)$  は時刻  $\tau$  に pick-up された砂粒子の moving period が  $\xi$  である確率密度関数、 $u_g(\tau|t)$  は時刻  $t-\tau$  に pick-up された砂粒子が運動を継続するとしたときの時刻  $t$  における、すなわち時間  $\tau$  後の移動速度である。瞬間掃流砂量は、式(2.8)を若干変形して以下のようにも表せる。

$$q_B(t) = K_B d \int_0^{\infty} p_s(t-\tau) \cdot U_T(\tau|t) d\tau \quad (2.9)$$

$$U_T(\tau|t) = u_g(t|\tau) \int_0^{\infty} f_T(\xi|\tau) d\xi \quad (2.10)$$

ここに、システムの応答特性を規定する  $U_T(\tau|t)$  は速度の次元を有しているが、単なる砂粒子の移動速度ではなく、moving period の確率密度関数により重み付けされた砂粒子の移動速度である。

流砂量式について見ると、時間軸上に展開された（空間的に一様・時間的に非定常な場合の）非平衡掃流砂過程では、システム応答関数として moving period に加えて砂粒子の移動速度が入ってくる点で、空間軸上に展開された（空間的に非一様・時間的に定常な場合の）非平衡掃流砂過程と異なった表現となっているが、deposit rate 式においては、時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程と空間軸上に展開された非平衡掃流砂過程とは同様の形式で表現され、前者の step length が後者の moving period に対応している。

時間軸上の非平衡掃流砂量式(2.7) および空間軸上の非平衡掃流砂量式(2.1)は、空間的に一様・時間的に定常な場合には以下のように簡略化されて、同一の現象の異なった記述を与えることとなる。

$$q_B = K_B d \cdot p_s \cdot \Lambda = K_B d \cdot p_s \cdot T_m \cdot \overline{u_g} \quad (2.11)$$

ここに,  $\Lambda$ : 平均 step length,  $T_m$ : 平均 moving period,  $\bar{u}_g$ : 砂粒子の平均移動速度である。

### 2.2.2 時空間軸上の非平衡掃流砂モデル

これまででは, 時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程と空間軸上に展開された非平衡掃流砂過程を別々に論じてきたが, 実際には非平衡性は時間軸上にも空間軸上にも出現する。そこで, 時空間軸上の非平衡流砂過程の一般的表示を行って, 本章で論じられる時間軸上の非平衡流砂過程の位置づけを明確にする。

時空間軸上に展開された非平衡掃流砂過程は, 式 (2.1) で表される空間軸上に展開された非平衡掃流砂過程, あるいは式 (2.7) で表される時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程を拡張することで記述される。時刻  $t$ 、位置  $x$  における局所・瞬間流砂量は, 以下のように表現される。

$$\begin{aligned}
 q_B(x, t) &= K_B d \int_0^x \int_0^t p_s(x - \lambda, t - \tau) \int_\lambda^\infty f_{XT}(\xi, \tau | x - \lambda, t - \tau) d\xi d\tau d\lambda \\
 &= K_B d \int_0^x \int_0^t p_s(x - \lambda, t - \tau) \\
 &\quad \times \int_\lambda^\infty f_{TX}(\lambda, \xi | x - \lambda, t - \tau) u_g(\lambda, \xi | x - \lambda, t - \tau) d\xi d\tau d\lambda
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

ここに,  $f_{XT}(\xi, \tau | x - \lambda, t - \tau)$  は, 時刻  $t - \tau$  に位置  $x - \lambda$  において pick-up された砂粒子の時間  $\tau$  後の step length が  $\xi$  である結合確率密度関数,  $f_{TX}(\lambda, \xi | x - \lambda, t - \tau)$  は, 時刻  $t - \tau$  に位置  $x - \lambda$  において pick-up された砂粒子の距離  $\lambda$  移動したときの moving period が  $\xi$  である結合確率密度関数,  $u_g(\lambda, \xi | x - \lambda, t - \tau)$  は, 時刻  $t - \tau$  に位置  $x - \lambda$  において pick-up された砂粒子が時間  $\xi$  の間に距離  $\lambda$  移動した時点での瞬間的移動速度である。

また, 時刻  $t$ 、位置  $x$  における deposit rate は,

$$\begin{aligned}
 p_d(x, t) &= \int_0^x \int_0^t p_s(x - \lambda, t - \tau) f_{XT}(\lambda, \tau | x - \lambda, t - \tau) d\tau d\lambda \\
 &= \int_0^x \int_0^t p_s(x - \lambda, t - \tau) f_{TX}(\lambda, \tau | x - \lambda, t - \tau) d\tau d\lambda
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

と表現できる。

時空間軸上に展開された重畳積分型の非平衡流砂モデルにおいて砂粒子の移動過程の特性を規定するのは, step length と moving period の結合確率密度関数であるので, 結合確率密度関数の持つ意味について考察を加えることとする。Fig. 2.1 に示すように, 時刻  $t - \tau$  に位置  $x - \lambda$  において pick-up された砂粒子が時刻  $t$ 、位置  $x$  の座標における流砂量となるには, 時間  $\tau$  の間に距離  $\lambda$  移動していなければならない。ただし,  $(\lambda, \tau)$  については, 条件  $x_0 \leq \lambda \leq x$ ;  $t_0 \leq \tau \leq t$  を満足する限り, 任意の組み合わせが可能である。時刻  $t - \tau$  に位置  $x - \lambda$  において pick-up された砂粒子は様々な経路を通過して  $(x, t)$  に到達するが, 中には  $(x, t)$  の流砂量となる以前に河床との衝突により停止してしまう砂粒子も存在する (図中の path I の砂粒子がこれに相当する)。

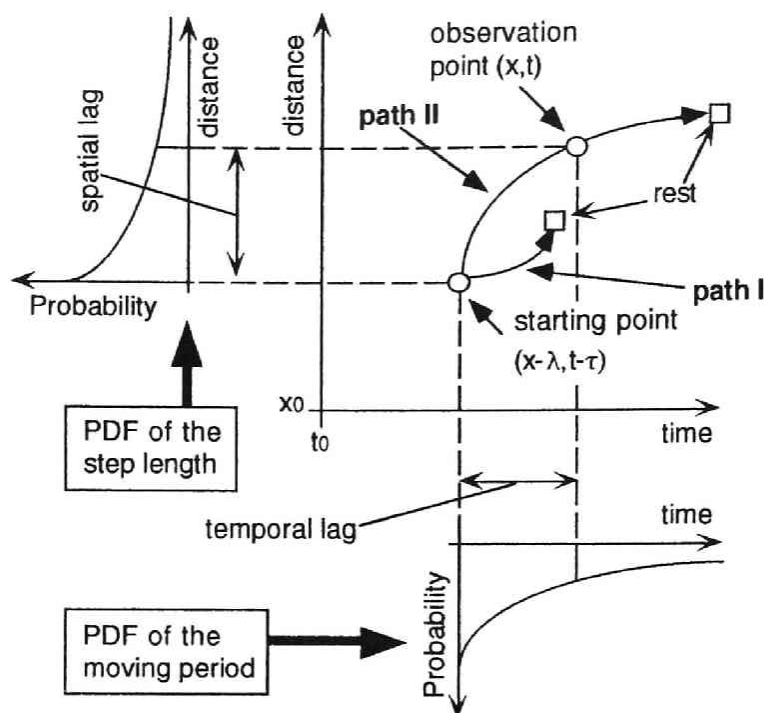


Fig. 2.1 時空間軸上の非平衡性

時刻  $t-\tau$  に位置  $x-\lambda$  において pick-up された砂粒子が時刻  $t$ 、位置  $x$  における流砂となるために満足すべき要件は、(i) 時刻  $t-\tau$  に位置  $x-\lambda$  において pick-up された砂粒子が距離  $\lambda$  移動したときに経過した時間が  $\tau$  である（あるいは、砂粒子が時間  $\tau$  移動したときの移動距離が  $\lambda$  である）ことと (ii) 時刻  $t-\tau$  に位置  $x-\lambda$  において pick-up された砂粒子が、 $(x, t)$  に至る前に停止していないことの2点である。この内(ii)の要件は、step length の  $\lambda$  超過確率あるいは moving period の  $\tau$  超過確率により表現される。

この考え方に従い、step の結合確率密度関数を step length の分布と結び付けて考えると、

$$f_{XT}(\xi, \tau | x-\lambda, t-\tau) = f_X(\xi | x-\lambda, t-\tau) \cdot g_{XT}(\tau | \lambda, x-\lambda, t-\tau) \quad (2.14)$$

と表される。 $f_X(\xi | x-\lambda, t-\tau)$  は、時刻  $t-\tau$  に位置  $x-\lambda$  において pick-up された砂粒子の step length が  $\xi$  である確率密度関数、 $g_{XT}(\tau | \lambda, x-\lambda, t-\tau)$  は、時刻  $t-\tau$  に位置  $x-\lambda$  において pick-up された砂粒子が距離  $\lambda$  移動したときに経過した時間が  $\tau$  である確率密度関数である。一方、step の結合確率密度関数を moving period の分布と関連づけて考えると、

$$f_{TX}(\lambda, \xi | x-\lambda, t-\tau) = f_T(\xi | x-\lambda, t-\tau) \cdot g_{TX}(\lambda | \tau, x-\lambda, t-\tau) \quad (2.15)$$

と表現される。ここに、 $f_T(\xi | x-\lambda, t-\tau)$ は、時刻  $t-\tau$  に位置  $x-\lambda$  において pick-up された砂粒子の moving period が  $\xi$  である確率密度関数、 $g_{TX}(\lambda | \tau, x-\lambda, t-\tau)$  は、時刻  $t-\tau$  に位置  $x-\lambda$  において pick-up された砂粒子が時間  $\tau$  移動したときの移動距離が  $\lambda$  である確率密度関数である。

さらに、砂粒子の平均移動速度  $v_g$  が従う確率密度関数  $f_v(v_g)$  が既知であれば、式 (2.14), (2.15) 中の確率密度関数  $g_{XT}, g_{TX}$  は、次のように表現される。

$$g_{XT}(\tau | \lambda, x-\lambda, t-\tau) = \frac{\lambda}{\tau^2} f_v\left(\frac{\lambda}{\tau} \middle| x-\lambda, t-\tau\right) \quad (2.16)$$

$$g_{TX}(\lambda | \tau, x-\lambda, t-\tau) = \frac{1}{\tau} f_v\left(\frac{\lambda}{\tau} \middle| x-\lambda, t-\tau\right) \quad (2.17)$$

ここに示すように、 $f_v(v_g)$  は、一般に移動開始点  $(x-\lambda, t-\tau)$  の条件付き確率密度関数である。

このように、時空間軸上に展開された非平衡掃流砂過程においては、砂粒子の移動過程の特性を規定する step length と moving period の結合確率密度関数は、砂粒子の移動開始時間と位置との条件付きとなり、複雑な形式となる。一般に、非平衡流砂過程の多くが時空間軸上に展開されるが、時間軸あるいは空間軸の何れかを消去して、空間軸上あるいは時間軸上に投影して記述することによりかえってその本質が明確化されることも希ではない。本章では、このように観点から、時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程を取り扱うが、そこで得られる成果が空間軸上に展開された非平衡掃流砂過程に関するこれまでの研究成果<sup>1)</sup>と融合されれば、時空間軸上の非平衡掃流砂過程への拡張が可能となることが期待される。

## 2.3 振動流・一方向流共存場における掃流過程の実験

この節では、時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程の特性を把握する目的で実施された振動流・一方向流共存場における掃流粒子の挙動に関する実験に関して、その概要並びにデータ解析の方法についての説明を加える。なお、本実験で得られるデータについては、次節以降において示される掃流粒子の運動過程の数値シミュレーションにおいてその再現を試みるので、内容の重複を避けるため、実験データ解釈についても次節以降においてシミュレーション結果と比較しながら随時行うものとし、本節では、実験および解析方法について概観するに止める。

### 2.3.1 実験の概要

時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程を捉えるには、空間的な非一様性を排除する必要があるので、実験対象としては、空間的に一様で時間的に非定常な場が望ましい。本章では、そのような場の例として振動流・一方向流共存場を対象に、掃流粒子の挙動に関する実験的把握を試みる。

実験に用いたのは、Fig. 2.2 に示すアクリル製の重力式U字管振動流装置であり、振動流装置の上下流端に設けられた流入・出口から一方向流が供給されることにより計測区間で振動流・一方向流共存場が

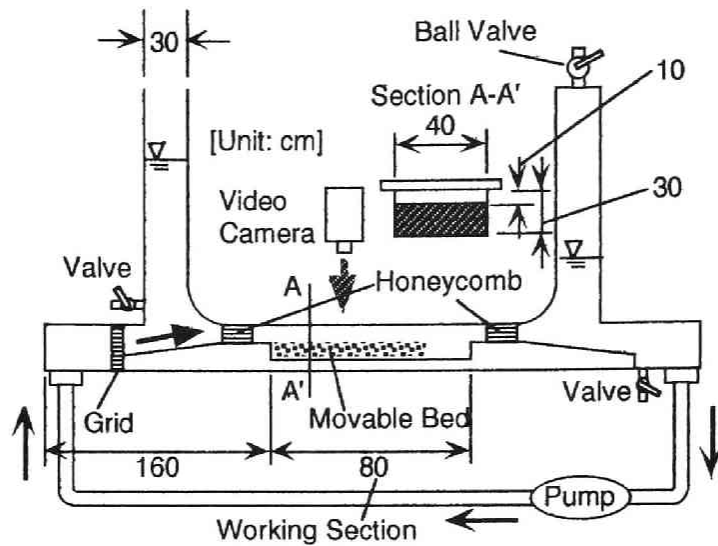


Fig. 2.2 U字管式振動流装置

実現される。計測区間は水平部の中央 80cm の移動床区間（断面は高さ10cm × 幅 40cm）であり、砂粒子の流失を防ぐため下流側 20cm の区間には堆砂箱が設けられている。なお、計測区間の上部には蓋が設けられており、開閉可能となっている。

砂粒子の移動状況は、水路上方に設置された CCD カメラにより撮影された。撮影区間は移動床区間の中央部約 20cm × 20cm の部分であり、水路側壁の影響が懸念される両端 10cm の部分は撮影区間から除外した。

実験は、以下に示す手順で進められた。[1] 水路上方の蓋を開けて移動床区間に砂粒子を敷き詰める。[2] 蓋を閉めて、Ball Valve を閉めて注水し水頭差を設定する。[3] 一方向流を流して撮影を開始し、Ball Valve を開けて振動流を発生させる。[4] 移動する砂粒子がなくなると撮影を終える。[5] 撮影後、移動床に凹凸が生じていれば、排水して蓋を開け、凹凸を修正し、[2] に戻って同様の手順を繰り返す。凹凸が生じていなければそのまま [2] に戻る。なお、実験に用いた振動流装置は強制振動装置を有さない重力式であり減衰が早いため、砂粒子の移動の撮影は、振動開始直後の 1 周期（4 秒間）を対象として行った。なお、砂粒子の運動は半周期中で閉じており、振動流の方向が反転するまでには全ての砂粒子が一旦停止するので、転流時を越えて継続的に移動する砂粒子は存在しないことが観察より確認されている。

実験は、粒径  $d=0.4\text{cm}$ 、比重  $\sigma/\rho=1.48$  のプラスチック粒子を用いて、Table 2.1 に示す実験条件で行われた。なお、表中の振動流の流速振幅  $U_w$  については、河床近傍の流速計測の結果を対数プロットして外挿し、河床からの高さ  $y=d/2$  における流速を求めて用いた。なお、流速計測は、移動床に用いた砂粒子と同一の粒子を用いて粗度付けされた固定床上で 3mm 径のプロペラ流速計を用いて行われ、波数成

Table 2.1 実験条件表

	Run 1	Run 2
Diameter of the particle $d(\text{cm})$	0.4	
Relative density of the particle $\sigma/p$	1.48	
Amplitude of the oscillating velocity $U_w(\text{cm/s})$ at $y=d/2$	41.01	43.74
Mean velocity of the current $u_c (\text{cm/s})$	18.0	18.0
Ratio of $U_w$ to $u_c$ ( $U_w/u_c$ )	2.28	2.43
Period of the oscillation $T(\text{s})$	4.0	4.0

分分離法（周波数領域法）により平均流速が評価された。

実験条件の設定の際に加速度の大きさを調整する方法としては、[a] 流速振幅を変化させる方法と [b] 振動周期を変化させる方法があるが、ここで用いた振動流装置は、U字管の共鳴を利用して振動を起こす仕組みであるため振動周期は固有周期に拘束され、自由に变化させることができない。そこで、流速振幅を変化させる方法により調整を行うこととなる。この場合、一方向流の流速を一定値に固定すれば、振動流の流速振幅を調整して一方向流に対する振動流の相対的強度を変化させることができる。そこで、実験条件の設定に際しては、一方向流の流速を砂粒子の移動限界を僅かに下回る程度に固定し、振動流の流速振幅を調整して一方向流に対する振動流の相対的強度を調整することとした。本研究では、振動流装置の強度上問題がない程度で、ある程度の流速振幅が確保できて、有意な砂粒子の運動が生じることを念頭に、実験ケースを選択した。実験対象とした2つのケースは、流速振幅にはそれほど差はないものの、無次元掃流力に換算すれば 0.2-0.3 程度の範囲に相当するので、流砂量には有意な差が生じることとなる。

### 2.3.2 解析方法

解析は、ビデオ画像をコマ送り（1/30秒）で再生することにより、計測開始から1周期にわたる間に計測対象範囲から移動を開始する全ての砂粒子約 150個の運動軌跡を記録した。この運動軌跡の記録を整理して、ある位相に移動を開始する砂粒子の個数を数えて pick-up rate を評価し、ある位相に停止する砂粒子の個数を数えて deposit rate を評価することができる。deposit rate の評価に際しては、計測区間外で移動を開始し、計測区間内で停止する砂粒子についてもビデオ画像から読みとり計算することとした。振動流・一方向流共存場においては空間的一様性が確保されているはずであるから、計測区間内に停止する全ての砂粒子を数えれば、pick-up rate と同様の確からしさで deposit rate が算定される。また、流砂量については、ある断面を通過する粒子数の時間変化を数えて評価することとした。なお、統計的信頼性を確保するため、pick-up rate, deposit rate および流砂量の全てについて複数のビデオ画像についてのアンサンブル平均により評価している。

次に、moving period についても、画像解析から得られた砂粒子の運動軌跡を整理して、砂粒子の移動開始位相と停止位相を読み取ることにより移動開始位相別の平均 moving period と moving period の標準偏差を評価した。主流速が大きく変化する場では、当然のことながら移動開始位相ごとにサンプル数が異なってくるので、移動開始位相別の統計的信頼性は異なったものとなる。サンプル数が充分でない位相では、平均値・標準偏差程度までなら全体の傾向から著しく逸脱するような異常値が得られる可能性は小さいが、moving period の確率密度関数の評価ともなればその信頼性は充分ではないと判断される。従って、全位相にわたる系統的な変化について議論の対象とするのは、平均値と標準偏差に限定し、確率密度関数については移動開始粒子数が充分な位相のみを参考に、後述のシミュレーションデータにより系統的特性の考察を行うこととした。

## 2.4 砂礫の初期移動機構に関する研究

この節では、非平衡掃流砂モデルの構成要素の一つである pick-up rate が砂粒子の運動機構に着目した離脱過程モデルを用いて推定される。まず、離脱過程についてのこれまでの研究経緯を概観し、それらを参考に初期移動過程のシミュレーションモデルの作成を行い、シミュレーション結果を利用して非定常性を考慮した pick-up rate の推定を試みて、2.3 節の振動流・一方向流共存場における実験結果と比較して検証する。

### 2.4.1 砂礫の初期移動機構に関する従来の研究

砂礫の移動限界に関する研究は古くから行われてきたが、Shields<sup>19)</sup> が次元解析手法を用いて無次元限界掃流力  $\tau_{*c} (=u_{*c}^2 / \{(\sigma/\rho - 1)gd\})$  と砂粒 Reynolds 数  $Re_{*c} (=u_{*c}^2 d/\nu)$  による表示法（いわゆる Shields 曲線）を導入して以来、移動限界の表示法が現在の形式に統一された。河床砂礫の静的な移動限界推定式は砂礫に作用する力の釣合を考えることにより導かれるが、砂粒子に作用する流体力の変動特性を考慮して導かれた岩垣公式<sup>20)</sup> はその代表例である。

ところで、現象論的観点からすると静的移動限界を越えても直ちに全ての河床表層の砂粒子が一斉に移動を開始することではなく、たとえ移動限界を十分に上回る流れであっても砂粒子は移動と停止を繰り返しつつ流送される。このような現象を端的に表現するためには、Einstein<sup>3)</sup> によって導入された移動確率の概念が極めて有効である。Einstein は当初、無次元移動確率を無次元掃流力の関数として実験式を提案したが<sup>21)</sup>、その後、砂礫に作用する揚力の変動を正規分布で与えて揚力が重力を越える確率を移動確率とする考え方を示している<sup>3)</sup>。さらに、流砂量を考える上では単位時間あたりの移動確率  $p_s$  の方が便利であるが、これを求めるには砂粒子の離脱時間スケールを評価する必要がある。この離脱時間スケールは、1 個の砂粒子が離脱した後にその次に離脱する砂粒子が流れにさらされて離脱可能な状態になるまでに要する時間に相当するが、Einstein はこれを交換時間 (exchange time) と称して、流れに依存しない砂粒子固有の時間スケールとしての砂粒径と沈降速度の比を用いて評価している。また、Paintal<sup>22)</sup> は沈降



速度の変わりに摩擦速度を用いることにより交換時間を求めているが、いずれも物理的意味が曖昧なところが問題である。これに対して中川・辻本<sup>7)</sup>は、流体力の変動特性に留意して砂粒子の離脱過程を運動方程式で記述し、1個の砂粒子の離脱に要する時間と関係づけて、pick-up rate 式を誘導している。中川・辻本の方法は、交換時間の持つ物理的意味の曖昧さを排除して離脱に要する時間スケールを合理的に推定する手法として位置づけられ、特に流体力の変動強度だけでなく変動周期を考慮している点が注目される。本節では、中川・辻本の方法を詳細にした数値シミュレーションにより1個の砂粒子の離脱過程を詳細に検討する。

#### 2.4.2 砂礫の転動離脱過程に関する数値シミュレーション

##### (1) 転動離脱モデル

中川・辻本<sup>7)</sup>は、転動離脱の運動方程式を用いて砂粒子の離脱過程をモデル化し、離脱平均角速度を評価することにより、1個の粒子の離脱に要する時間を求め、pick-up rate を1個の粒子の離脱に要する時間の逆数として評価している。先に述べたように、中川・辻本の方法は砂粒子に作用する流体力の変動強度だけでなく変動周期が離脱現象を大きく支配している点を考慮している点が注目される。具体的に言うと、彼らは、砂粒子の離脱が生じるにはある一定の強度を越える流体力がある一定の時間持続的に作用する必要があること、すなわち離脱には流体力の時間変動のパターンが関与していることを指摘しているのである。

本節では、中川・辻本のモデルにおける流体力の時間変動の取扱いをより詳細にするため、河床付近の乱れ場をモンテ・カルロ法により数値的に模擬して、離脱過程の数値シミュレーションを実施する<sup>23)</sup>。

離脱様式には滑動・転動・リフトオフの3つがあるが、ここで転動離脱を採用したのは、[a] 移動開始以前の小刻みな動揺を rocking motion として表現できることに加えて、[b] 他の様式に比べて離脱完了が下流側粒子の真上への乗り上げとして明瞭に定義されるためである。

砂礫の離脱モデルとして、Fig. 2.3 に示す球状粒子の転動離脱モデルを考える。純転動の運動方程式は、

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = (\varepsilon F_L - W) \sin \theta + \varepsilon F_D \cos \theta - F_f \quad (2.18)$$

で与えられる。ここに、 $M$ : 粒子の仮想質量、 $F_L$ : 揚力、 $F_D$ : 抗力、 $W$ : 水中重量、 $F_f$ : 移動しようとしている砂粒子 (図中の粒子A) と下流側の隣接砂粒子 (図中の粒子B) との間に作用する摩擦力である。 $\varepsilon$  は上流側砂粒子による遮蔽効果を表す遮蔽係数である。並進方向の移動距離  $x$  と回転角  $\theta$  との関係 ( $x = \theta d$ ) を考慮して、式 (2.18) は、

$$Md \frac{d^2 \theta}{dt^2} = (\varepsilon F_L - W) \sin \theta + \varepsilon F_D \cos \theta - F_f \quad (2.19)$$

となる。砂粒子Aの周りの回転運動の方程式は、



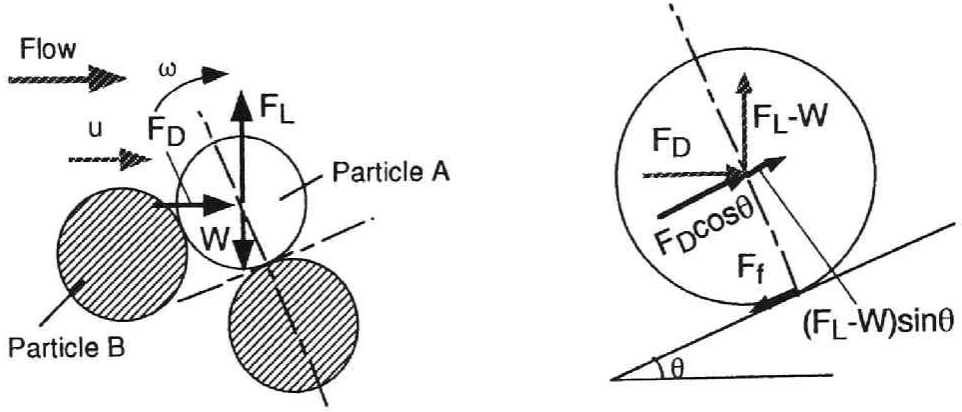


Fig. 2.3 転動離脱モデル

$$I_G \frac{d\omega}{dt} = F_f \frac{d}{2} \quad (2.20)$$

であるから ( $I_G$ : 慣性モーメント,  $\omega$ : 回転の角速度), 完全転動を仮定して,

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{d\omega}{dt} \quad (2.21)$$

とすると,

$$F_f = \frac{4I_G}{d} \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (2.22)$$

となる。式 (2.22) を式 (2.19) に代入して,

$$\left( Md + \frac{4I_G}{d} \right) \frac{d^2\theta}{dt^2} = (\varepsilon F_L - W) \sin \theta + \varepsilon F_D \cos \theta \quad (2.23)$$

を得る。球状粒子を想定しているので、運動方程式中の諸項は以下ようになる。

$$M = \rho \left( \frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \quad (2.24)$$

$$W = \rho \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g A_3 d^3 \quad (2.25)$$

$$I_G = \frac{2}{5} \left( \frac{d}{2} \right)^2 M \quad (2.26)$$

$$F_L = \frac{1}{2} C_L \rho \left( u - d \cdot \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \right)^2 A_2 d^2 \quad (2.27)$$

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho \left( u - d \cdot \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \right)^2 A_2 d^2 + \rho (1 + C_M) A_3 d^3 \frac{du}{dt} \quad (2.28)$$

運動方程式 (2.23) を数値積分することにより、回転角  $\theta$  を介して砂粒子の離脱過程が模擬できる。なお、非定常性の効果は式 (2.28) の抗力項で考慮されている。ここに、 $\rho$ : 砂粒子および流体の密度、 $g$ : 重力加速度、 $C_M$ : 付加質量係数、 $C_D$ ,  $C_L$ : 抗力・揚力係数である。式 (2.24) - (2.28) における諸定数については、多くの研究に用いられている標準値  $C_M=0.5$ ,  $C_D=C_L=0.4$ ,  $A_2=\pi/4$ ,  $A_3=\pi/6$  を用いた<sup>1)</sup>。

初期条件は、時刻  $t=0$  において  $\theta=\beta$  (抜け出し角) であり、 $\theta=0$  で下流側隣接粒子の真上に乗上げたことに相当し、これをもって離脱完了とみなすこととする。式 (2.23) を解けば、回転角が時間の関数として表現され、1個の砂粒子の離脱に要する時間  $T_d$  は次のように定式化される。

$$\theta(T_d) = 0 \quad (2.29)$$

ここでは、1個の砂粒子の離脱に要する時間  $T_d$  を式 (2.29) の定義に基づいて求め、pick-up rate はその逆数と関連づけて評価されるものとする。このとき、

$$P_s = \frac{k_d}{T_d} \quad (2.30)$$

ここに、 $k_d$  は経験定数 ( $\approx 0.01$ ) である。本モデルでは、1つの砂粒子が離脱した後直ちに次の砂粒子がスタンバイする状態を想定しているが、実際には河床に停止した砂粒子の多くは河床の凹部にトラップされ、再配列の過程を経て周辺の河床を構成する砂粒子に対して相対的に高い位置に移動して、流れにさらされることにより離脱可能な状態となる。このような効果を表現するために、定数  $k_d$  が導入された。 $k_d \approx 0.01$  とすることの妥当性については、後に付加的検討を行うこととする。

(2) 場のモデル化に伴ういくつかの仮定

次に、砂粒子に作用する流体力の評価に際して、Fig. 2.4 に示すような流れ場のモデル化を行った。平均流速については、次の対数則を仮定した。

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{30.1 \chi y}{k_s} \right) \quad (2.31)$$

ここに、 $k_s$ : 等価砂粗度 ( $k_s = \alpha d$ ,  $\alpha=1.0$  とする),  $\chi$ : 砂粒 Reynolds 数の効果を考慮した補正係数である。なお、簡単のため平均河床面の位置を下流側隣接粒子の中心 ( $y_0 = d \cos \beta$ ) に仮定する。次に遮蔽係数については、離脱の進行に伴う遮蔽効果の減少を考慮して、

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_0 & \text{for } y \leq y_0 \\ \varepsilon_0 + (1 - \varepsilon_0) \exp \left\{ -\frac{9}{2} \left( \frac{y - y_0}{d} - 1 \right)^2 \right\} & \text{for } y > y_0 \end{cases} \quad (2.32)$$

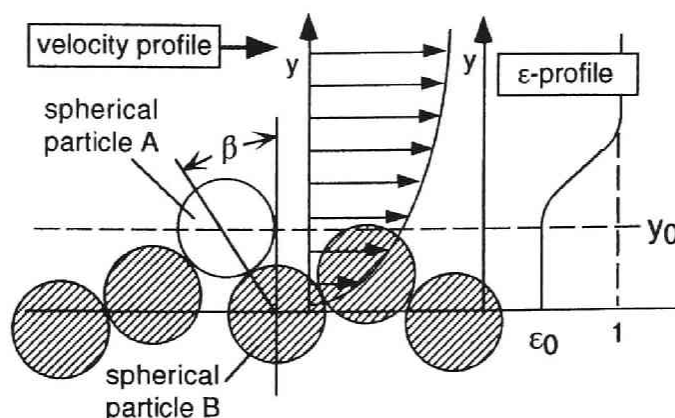


Fig. 2.4 流れ場のモデル化

のように仮定し、基準値  $\varepsilon_0$  については標準値 0.4 を用いる<sup>1)</sup>。

流速変動については、摩擦速度  $u_g$  の変動が正規分布に従うと仮定する。摩擦速度の変動係数  $\eta$  は、無次元剪断力の変動係数  $\eta_0$  と

$$\eta = \sqrt{\eta_0 + 1} - 1 \quad (2.33)$$

を用いて関係づけられ、Einstein<sup>3)</sup> に従い、 $\eta_0=0.5$  とすると、 $\eta=0.225$  となる。この変動係数を用い、モンテ・カルロ法により正規乱数を発生させて摩擦速度の時系列を模擬し、それを式 (2.31) に代入したものを局所流速の時系列とした。土屋・三島・土田<sup>24)</sup> は、流速変動をスペクトルで与えて砂粒子の移動限界の検討を行っているが、本節で対象とする非定常流れ場においては、加速流でのスペクトル特性が明確でないため、土屋らの手法を直ちに適用することは困難である。そこで本研究では、最も単純な変動を考えて白色雑音を用いることとした。

シミュレーションにおいては、離脱する砂粒子配置の初期条件として回転角  $\theta=\beta$  を設定し、砂粒子の挙動を回転角の時系列として追跡する。離脱完了の定義には、下流側砂粒子の真上に乗り上げた状態（回転角  $\theta=0$ ）を用いて、離脱が完了すると離脱に要した時間を記録して、回転角をリセット（ $\theta=\beta$ ）し、次の瞬間から新たな砂粒子を追跡する。なお、砂粒子は上流側隣接砂粒子に拘束され、 $\theta>\beta$  になりえないから、数値的には  $\theta>\beta$  となる場合も先と同様リセットした。計算の時間刻み  $\Delta t$  については、1/200 秒とした。

抜け出し角は初期移動状態を規定する重要な因子の1つであり、力学的には砂粒子群の安定配置を求める問題に相当する。ところが、砂粒子配置がランダムとなる（すなわち凹凸が生じる）原因は、掃流粒子の河床とのランダムな接触にあると考えられるから、河床粒子の配置を決定論的な力学モデルだけで表現することは不可能である。このような場合、確率論的な力学モデルを用いて予測する方法が考えられるが、たとえ確率論を持ち込んだとしても砂粒子配置をランダムにするには決定論的な力学系の中の何れかの変数を確率変数として選択し、その変動特性を外的に与える必要がある。すなわち、河床粒子配置の力学モ

デルと掃流粒子の流送モデルとの間には相互作用が存在し、厳密な意味では河床砂粒子の配置のみを独立して議論できないこととなる。

ところで、現実のシステム間に相互作用がある場合でも、どちらかのサブシステムの応答が鈍感であれば、必ずしも相互作用を論じることなくシステムの良い近似解を誘導することが可能となる。このような場合、一般に、鈍感なシステムの特性を計測等により統計的に把握して、先験的に与えればかなり現実に近い相互作用系の解が得られるものと期待される。

河床砂粒子配置の統計特性は、中川・辻本・細川<sup>25)</sup>、関根・吉川<sup>9)</sup>により河床高さの面から計測されており、砂粒径に主として依存し、水理量への依存性はあまり顕著でないことが確かめられている。なお、ここで言う河床砂粒子配置の統計特性とは、河床波などにより生じる凹凸を除いた砂粒子レベルの凹凸を意味する。本節では、砂粒子の離脱過程を取り扱うのであるから、河床砂粒子の配置特性を抜け出し角の分布特性として把握しておくのが便利である。抜け出し角については、辻本<sup>26)</sup>、沢本・山下<sup>14)</sup>が測定を行っている。辻本は、傾斜角を任意に変化させられる斜面上に均一粒径の固定床を設置し、固定床上に着色砂粒子を配置して傾斜角を変化させ、落下砂粒子数と傾斜角の関係を測定して、抜け出し角分布を評価している。辻本は移動床の場合についても計測を行っており、移動床の場合の抜け出し角分布は同一粗度の固定床の場合に比べて分布範囲が狭くなることを確かめている。このようなことから、本節では、中川・辻本<sup>7)</sup>と同様に抜け出し角を一定値  $\beta=\pi/4$  に設定して計算を進めた後、抜け出し角の分布特性を考慮した付加的な検討を行うこととする。

### (3) シミュレーションにより再現された砂粒子の離脱過程

Fig. 2.5 に、本シミュレーションにより模擬された離脱過程の例を局所流速  $u$ 、回転角  $\theta$ 、角速度  $\omega_a$  の時系列で示した。掃流力が限界掃流力を十分に上回る場合に相当する (a)  $\tau_*=0.1$  の場合には、砂粒子の離脱が次々に生じていることが模擬されている。離脱時間間隔の分散はそれほど大きくなく、離脱事象が平均的掃流力により支配されていることが理解できる。次に、掃流力が限界掃流力を僅かに上回る (b)  $\tau_*=0.06$  の場合は、粒子の離脱は平均的掃流力だけでなく掃流力の変動成分にも大きく支配される。回転角を見ると、回転角の微小な擾乱いわゆる rocking 現象が模擬されている。砂粒子は rocking を繰り返しながら離脱の機会を待ち、平均値よりある程度大きい乱れが作用することによって十分な運動量が供給されると離脱するという様子が表現されている。土屋・上田・大下<sup>28)</sup>は、流体力が周期的に変化する場における rocking motion の自励的な特性に着目し、不安定解の出現を離脱として定義することにより、波動場における砂粒子の離脱過程を rocking motion として定式化している。土屋らの研究が自励的な rocking を扱っていて、乱れの効果とは直接には無関係であるのに対し、本モデルにより再現された rocking は乱れの効果（流速のランダムな変動）のみによって生じるものである。波動場では両者ともに無視し得ないであろうが、非周期的な流体力変動が卓越する場合は、本モデルで考慮した乱れの効果が主たる役割を果たしているものと考えられる。また、(c)  $\tau_*=0.05$  の場合は、(b)と同様 rocking を繰り返しながら離脱の機会を待つ様子が再現されているが、離脱の頻度は (b)に比べてかなり低くなっている。

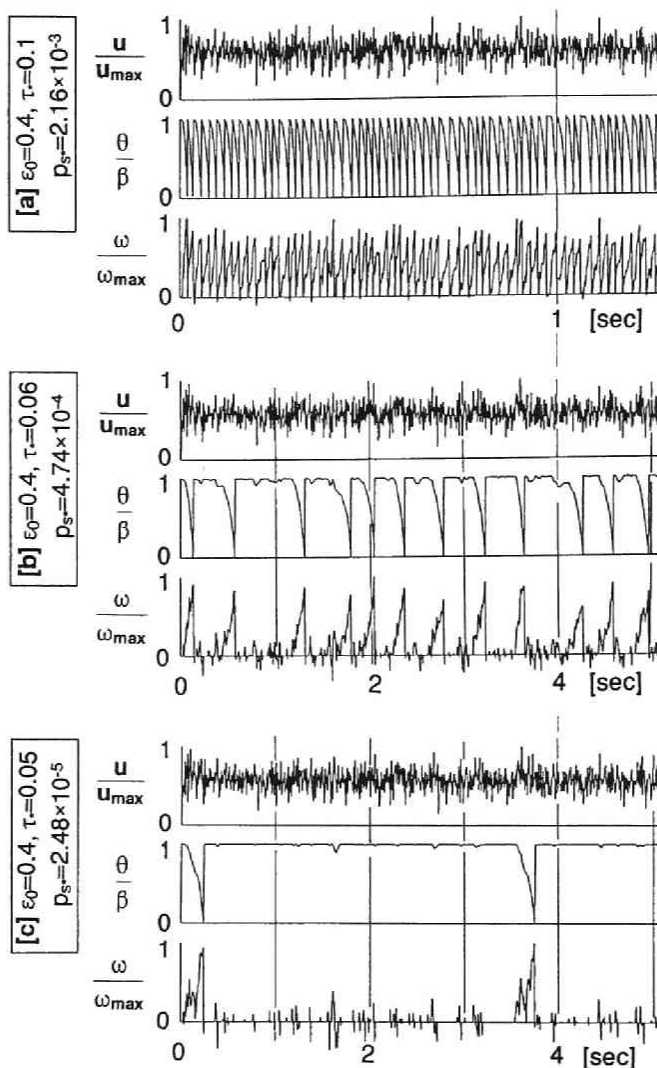


Fig. 2.5 シミュレーションによる砂粒子の離脱過程

次に、自然砂に対するシミュレーション結果の近似式

$$P_{s*} = P_s \sqrt{\frac{d}{(\sigma/\rho - 1)g}} = F_0 \tau_*^{1/2} \left(1 - \frac{\tau_{c0}}{\tau_*}\right)^m \quad (2.34)$$

( $\tau_{c0}$ : 定常状態の移動限界,  $F_0=0.03, m=0.8$ ) を既往の実験値および中川・辻本式<sup>7)</sup> とともに示したのが, Fig. 2.6 である。既存の実験値の傾向を良好に示す中川・辻本式と比較すると, シミュレーション結果は, (i)限界掃流力付近からの立ち上がりが急峻で, 一定勾配部への移行が速やかであり, (ii)一定勾配部の勾配が  $1/2$  と緩やかである。前者は流速変動により pick-up rate が支配される領域がかなり狭

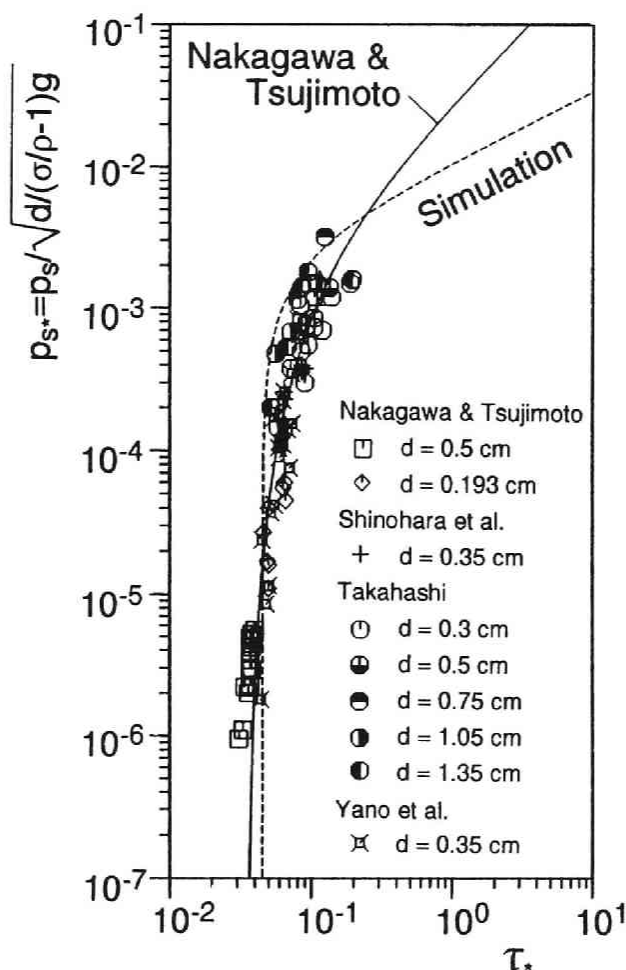


Fig. 2.6 定常流下の pick-up rate

いことを示しており、後者は平均的掃流力の増加に対する pick-up rate の増加が緩やかとなることを示している。ところで、本シミュレーションは中川・辻本モデルをより詳細にしたものに相当するから、単一の砂粒子の離脱過程の力学モデルについてはより正確な記述となっているはずである。ところが、シミュレーション結果から得られる pick-up rate 式は、既存の実験値を良好に説明する中川・辻本式と異なった傾向を示している。

このように、力学モデルをより正確に記述したためにかえって、現象の全体像（ここでは掃流力の変化に対する pick-up rate の変化）がうまく記述できなくなるという一見矛盾した結果が得られるのは、移動床系が本シミュレーションで考慮した以外の確率論的要因に支配されていることに起因すると判断される。従って、離脱過程の力学構造を抽出しただけでは実現象のすべてを良好に説明することはできず、既

存の実験値の傾向と完全に合致するには至らないものと考えられる。これに対し、中川・辻本式<sup>7)</sup>は、運動方程式を直接解かず、離脱初速度を砂粒子運動の固有周期にかかわる時間で平均化して近似することにより、実現に近い曲線を得たものである。

すなわち、本シミュレーションでは1個の砂粒子の離脱に要する時間スケールを離脱事象自体を追跡することにより評価したため、砂粒子が一旦河床の凹部にトラップされて停止してから再配列の過程を経て離脱可能な状態となるまでの時間スケールを陽に評価する必要が生じたのである。ところが、この時間スケールを詳細な力学モデルにより評価しようとするれば、離脱過程だけでなく複数の砂粒子の運動過程を同時に追跡する必要が生じ、Einstein 型のモデルの枠組みそのものを壊すことにつながり、非平衡性の議論にそぐわないモデルの構成を取らざるを得ない。

一方、中川・辻本式の誘導過程においては、離脱の時間スケールは砂粒子運動の固有周期にかかわる時間に統一され、最終的には実験結果と合致するように決定されている。中川・辻本式では、離脱過程のモデル化に際しては離脱の準備を完了してから離脱を完了するまでに要する時間を時間スケールとして想定し、実際には時間スケールを実験結果から評価したため、実質的には砂粒子が一旦河床の凹部にトラップされて停止してから再配列の過程を経て離脱可能な状態となるまでの時間を含めて離脱の時間スケールとして用いていることになる。

以上の議論で明らかのように、本シミュレーション結果と既存の実験結果との相違は主として砂粒子の再配列過程の不規則性に帰されるべきものであるが、河床構成粒子の再配列は個々の砂粒子の離脱事象が繰り返すことにより生じるものであるから、1個の砂粒子の離脱に要する時間と関連づけて評価されるのが妥当であると考えられる。従って、個々の砂粒子の離脱を運動方程式を通して特徴づける諸要因に関しては、本シミュレーションによりその影響を抽出して論じることが可能であると判断される。以下では、本シミュレーションを通して、離脱過程の力学機構に関わる諸要因による影響を抽出して補正係数を算定し、抜け出し角の効果や流れ場の加速度の効果が pick-up rate に与える影響について検討して、その結果を中川・辻本式に加味するという便法を取る。

#### (4) 抜け出し角の効果に関する検討

本シミュレーションモデルの特徴を理解するには、本モデルの雛形とも言うべき中川・辻本モデルと本モデルとを比較して議論を進めるのが都合がよい。このような観点から、比較を行う上でより論点を明確にするため、中川・辻本モデルと同様に抜け出し角を一定に置いて計算を進めてきたが、抜け出し角が離脱過程に与える影響は無視できないものがあると考えられる。

Fig. 2.7 にシミュレーションから予測された抜け出し角の変化による pick-up rate の変化を  $\beta=\pi/4$  に対する相対値として示す。 $\tau_*$  が小さくなると  $\beta=\pi/4$  における pick-up rate が移動限界に向かって急速に減少するが、 $\beta>\pi/4$  の場合の pick-up rate は急速に増加し、 $\beta<\pi/4$  の場合は、 $\beta=\pi/4$  の場合よりも早く移動限界を迎えて急速に減少することが示されている。一方、 $\tau_*$  が大きくなると  $\tau_*$  に対する依存性が小さくなり、抜け出し角ごとにほぼ一定値をとることが図から理解される。このことは、pick-up rate 式における  $\tau_*$  のべきの値が抜け出し角に依存しないことを示している。

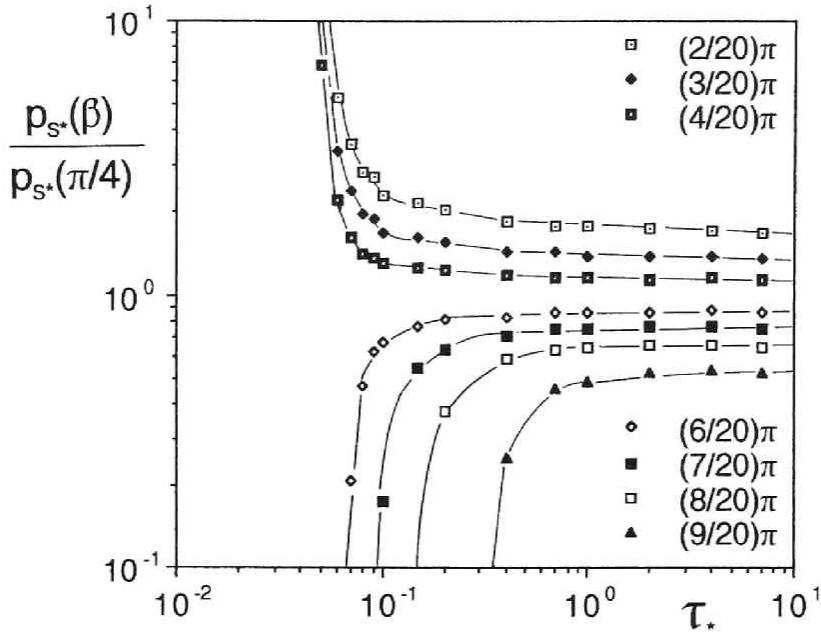


Fig. 2.7 抜け出し角の変化による pick-up rate の変化

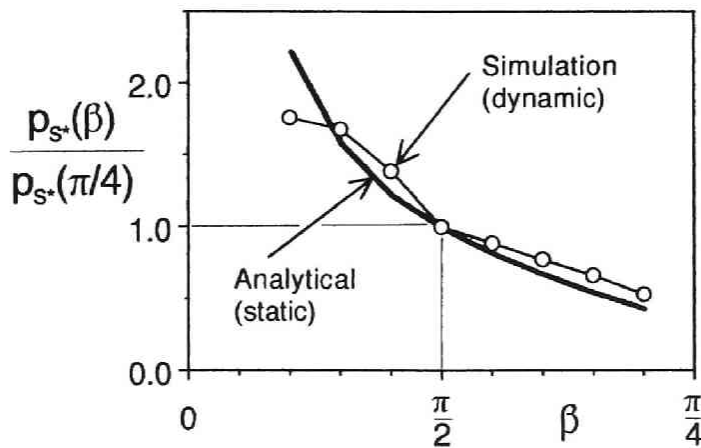
Fig. 2.8 pick-up rate に対する抜け出し角の影響 ( $\tau_* \rightarrow \infty$ )

Fig. 2.8 に  $\tau_*$  が充分大きいときの pick-up rate に対する抜け出し角の影響を  $\beta=\pi/4$  に対する相対値として示す．図中の実線は，中川・辻本式<sup>7)</sup>の誘導過程から導かれる抜け出し角の効果に関する補正係数



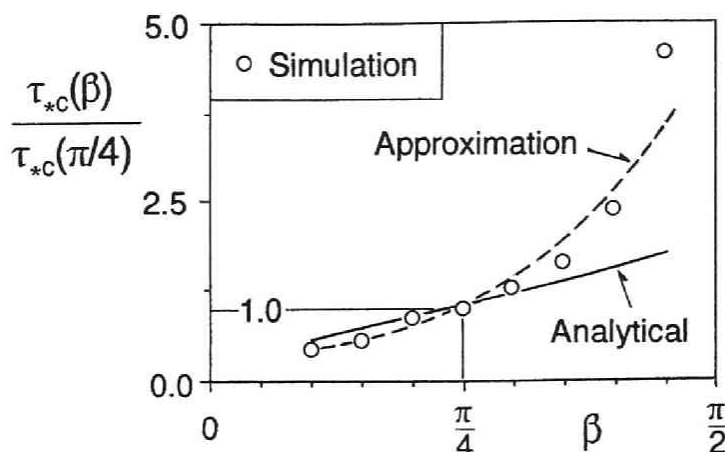


Fig. 2.9 移動限界に対する抜け出し角の影響

$$k_{AOE1}(\beta) = \frac{\sin \beta + \cos \beta}{\beta} \frac{\beta_0}{\sin \beta_0 + \cos \beta_0} \quad ; \quad \beta_0 = \frac{\pi}{4} \quad (2.35)$$

を示している。抜け出し角が  $\pi/10$  程度まで小さくなると過大評価となるが概ね良好な近似を与えることが理解できる。次に、Fig. 2.9 に抜け出し角の移動限界に対する影響を  $\beta=\pi/4$  に対する相対値として示す。図中の実線は、移動限界における静的力の釣合から導かれる抜け出し角の効果に関する補正

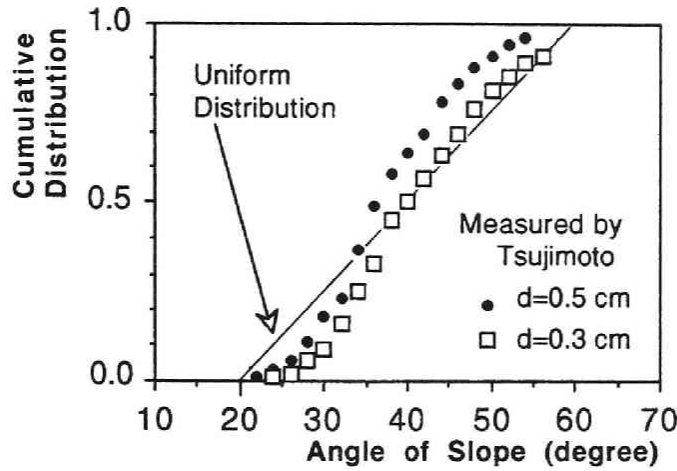
$$\frac{\tau_{*c}(\beta)}{\tau_{*c}(\beta_0)} = \frac{\sin \beta}{\sin \beta + \cos \beta} \frac{\sin \beta_0 + \cos \beta_0}{\sin \beta_0} \quad (2.36)$$

を示している。式 (2.36) による補正は、抜け出し角の小さい範囲ではシミュレーション結果とよく一致するが、抜け出し角が大きくなるに連れて両者の相違が顕著となり、式 (2.36) は、シミュレーション結果に対して過小評価を与えることとなる。このことは、式 (2.36) が静的な力の釣合における抜け出し角の効果を表現しているのに対して、シミュレーションでは動的な取扱いが行われていることによるものと判断される。すなわち、抜け出し角が大きくなればそれだけ大きな流体力が持続的に作用する必要が生じ静的な力の釣合から考えられる以上に離脱の機会が少なくなることをシミュレーション結果は示唆している。このような離脱過程の動的特性をよりよく表現するため図中に破線で示したシミュレーション結果の近似式

$$k_{AOE2}(\beta) = \frac{\tau_{*c}(\beta)}{\tau_{*c}(\beta_0)} = \exp \left[ \frac{8}{5} \left( 1 - \frac{\beta}{\beta_0} \right) \right] \quad (2.37)$$

を用いるのが適当である。

以上の議論を経て抜け出し角の分布の効果により補正された pick-up rate は、

Fig. 2.10 抜け出し角の分布 (辻本<sup>28)</sup>による)

$$p_{s*}(\beta) = p_s(\beta) \sqrt{\frac{d}{(\sigma/\rho - 1)g}} = F_0 \cdot k_{AOE1}(\beta) \tau_*^{1/2} \left( 1 - \frac{k_{AOE2}(\beta) \tau_{*c0}}{\tau_*} \right)^m \quad (2.38)$$

により算定される。式 (2.38) から実際に pick-up rate を推定するには、抜け出し角の分布特性を計測によって知る必要があるが、より実用的な見地からすると、抜け出し角の分布特性を考慮して条件解放された計算結果と等価な抜け出し角を用いて、抜け出し角一定の条件の下に pick-up rate の推定を行うのが便利である。そこで、Fig. 2.10 に示す辻本<sup>28)</sup>による抜け出し角分布の計測結果を参考に、 $\beta = \pi/9 - \pi/3$  の一様分布  $f_B(\theta)$  (図中の実線) を仮定して条件解放

$$p_{s*} = \int_{\pi/9}^{\pi/3} p_{s*}(\theta) f_B(\theta) d\theta \quad (2.39)$$

を行った結果と一定値  $\beta = \pi/4$  を用いた計算結果とを比較したのが、Fig. 2.11 である。図中には、 $\beta = \pi/9$  および  $\beta = \pi/3$  の場合の計算結果も破線で示している。既存の実験値の存在する範囲 (Fig. 2.6 参照) では、式 (2.39) の pick-up rate と  $\beta = \pi/4$  のそれとは良好に一致しており、抜け出し角の代表値として  $\beta = \pi/4$  を用いることには十分に妥当性がであると判断される。

#### (5) 経験定数 $k_d$ に関する付加的検討

次に、シミュレーション結果から pick-up rate を推定する際に導入された経験定数  $k_d$  に関してその妥当性を検討する。経験定数  $k_d$  は、1 個の砂粒子の離脱に要する時間スケールと砂粒子が停止してから再配列の過程を経て離脱可能な状態となるまでの時間スケールとの比に相当するものであり、本来、砂粒子の再配列過程の適切なモデル化を経て検討されるべきものであるが、先にも述べたように再配列過程のモ

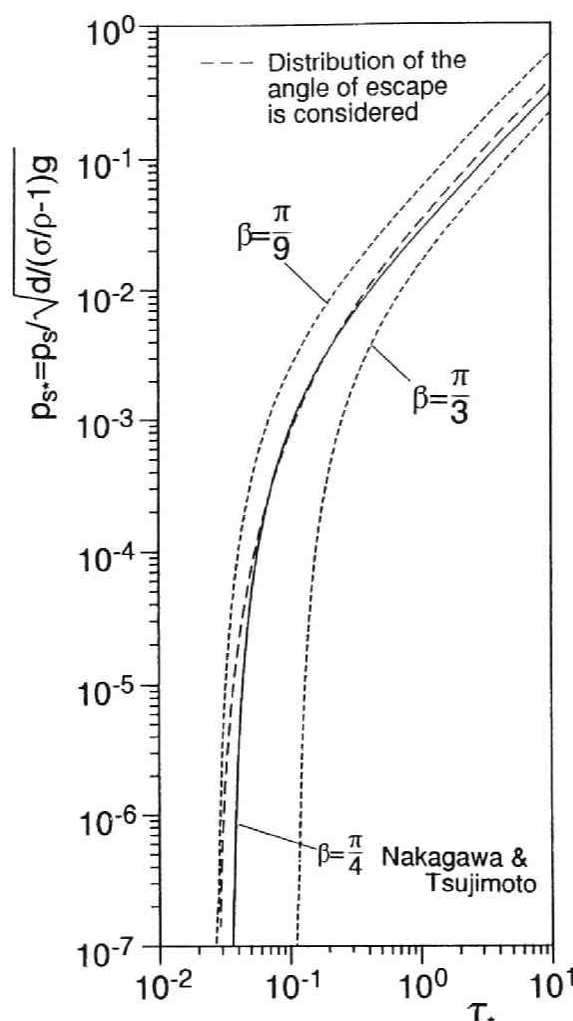


Fig. 2.11 抜け出し角について条件解放された pick-up rate

デル化を詳細に行おうとすれば砂粒子の流送過程をも含めて議論する必要が生じ、Einstein 型の流砂モデルのフレームワークを崩してしまうこととなり、掃流砂の非平衡性の議論を行う上で不適当なこととなる。

経験定数  $k_d$  は、単一砂粒子の運動に着目すれば、離脱の準備を完了した砂粒子が離脱するまでの時間と河床に停止してから再配列を経て離脱するまでの時間の比を表現するものと理解されたが、ある時点の河床面の状態に着目すれば、pick-up の準備を完了している砂粒子と河床の表層を構成する全砂粒子の比を表現するものとして理解される。

ここでは、後者の理解のに基づき、移動床砂面の凹凸に関する計測結果を用いて、経験定数  $k_d$  に関する補足的な検討を行う。中川・辻本・細川<sup>25)</sup> は、移動床砂面を計測し、周囲の砂面に対する著しい高まり

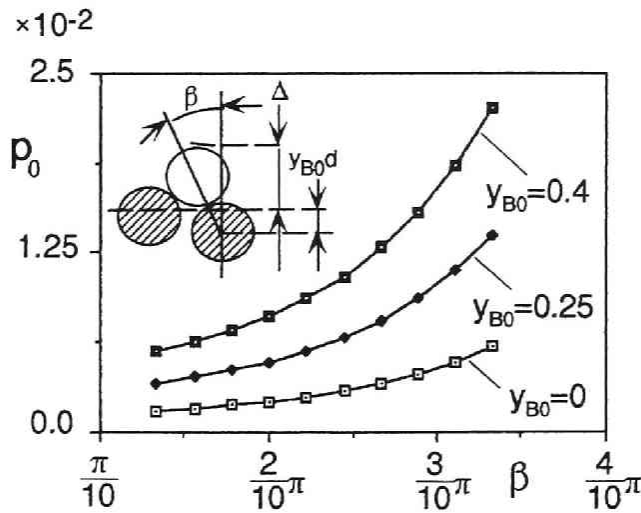


Fig. 2.12 突起高さの超過確率と抜け出し角の関係

を突起と定義して、突起高さの分布特性が、指数関数

$$f_H(\Delta_*) = \frac{1}{\Delta_{*0}} \exp\left(-\frac{\Delta_*}{\Delta_{*0}}\right) \quad ; \quad \Delta_{*0} = 0.3 \quad (2.40)$$

で表現されることを確かめている。ここに、 $\Delta_*$ ：砂粒径で無次元化した突起高さである。彼らは、平均突起間隔が砂粒径の5～7倍程度であることも計測から確認している。突起の定義によりその分布特性が異なるものとなるから、突起が砂粒径の5～7倍程度に一度出現すると定義したときの突起高さの分布が式(2.40)であると言うことができる。

さて、一般に離脱の準備を完了した砂粒子は、周囲の砂粒子に比べて相対的に高い位置に存在して、流れにさらされた状態となっている。そこで、離脱の準備を完了した砂粒子の直下流の隣接砂粒子（すなわち離脱時に乗り越えるべき砂粒子）の中心の平均河床面からの高さを粒径  $d$  で無次元化した  $y_{B0}$  として（Fig. 2.12 参照）、直下流の隣接砂粒子と  $\beta$  より小さい抜け出し角で接する砂粒子が離脱の対象となる砂粒子であると考えることとする。このとき、離脱限界状態に相当する砂粒子は平均河床面より

$$\Delta_{*c} = \cos \beta + 0.5 - y_{B0} \quad (2.41)$$

だけ突き出した突起に相当するから、離脱準備を完了した砂粒子の河床表層を構成する全砂粒子に占める割合は、無次元河床突起高さ  $\Delta_{*c}$  を超過する確率に河床を構成する全砂粒子に対する突起を構成する砂粒子の比率（平均突起間隔の逆数）1/6 をかけて、

$$p_0 = \frac{1}{6} \int_{\Delta_{*0}}^{\infty} f_H(\Delta) d\Delta, \quad (2.42)$$

で与えられる。式 (2.42) により評価される  $p_0$  を Fig. 2.12 に示す。 $\beta$  と  $y_{B0}$  の値により変化するものの 0.01 付近の値をとっており、経験定数  $k_d$  として 0.01 程度の値を用いることは妥当であると判断される。

#### 2.4.3 加速度効果を考慮した pick-up rate の推定法

##### (1) 加速度の効果を考慮した pick-up rate 式の補正

非定常流れ場では、無次元掃流力の時間微分  $d\tau_*/dt$  を考慮して pick-up rate の推定式を導く必要がある。非定常流れ場についても底面近傍の局所流速  $u$  に限れば、これと摩擦速度  $u_*$  との関係が、

$$\phi_p = \frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{30.1 \chi y}{k_s} \right) \quad (2.43)$$

で与えられると期待され、局所流速の時間微分は、

$$\frac{du}{dt} = \phi_p \frac{du_*}{dt} + u_* \frac{d\phi_p}{dt} \quad (2.44)$$

となる。底面近傍の局所流速  $u$  と摩擦速度  $u_*$  との位相差は僅かであると考えられるから、近似的に  $d\phi_p/dt=0$  とすることは妥当であると考えられる。さらに、摩擦速度  $u_*$  およびその時間微分は、無次元掃流力  $\tau_*$  を用いて、

$$u_* = \sqrt{\tau_* \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d} \quad (2.45)$$

$$\frac{du_*}{dt} = \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d} \frac{1}{\sqrt{\tau_*}} \frac{d\tau_*}{dt} \quad (2.46)$$

と表せるから、無次元掃流力およびその時間微分を与えると、式 (2.43) - (2.46) を用いて局所流速およびその時間微分が求められ、離脱時の運動方程式 (2.23) の各項が評価される。

このようにして、 $d\tau_*/dt$  を変化させることにより非定常性の効果を考慮した数値模擬を実施した結果を Fig. 2.13 に示す。図中の破線は、後述の実験に用いたプラスチック粒子（比重  $\sigma/\rho=1.48$ , 粒径  $d=0.4\text{cm}$ ）を対象としたシミュレーション結果の近似式

$$p_{s*} = p_s \sqrt{\frac{d}{(\sigma/\rho - 1)g}} = F_0 \tau_*^{1/2} \left( 1 - \frac{k_2 \tau_{*c0}}{\tau_*} \right)^{k_3 m} \quad (2.47)$$

である。ここに、 $k_2, k_3$ : 加速度の効果を表す補正係数、 $\tau_{*c0}$ : 定常状態の移動限界、 $F_0=0.011, m=0.8$  である。非定常性の効果（すなわち  $d\tau_*/dt$  の効果）は pick-up rate 式の移動限界からの立ち上がり部

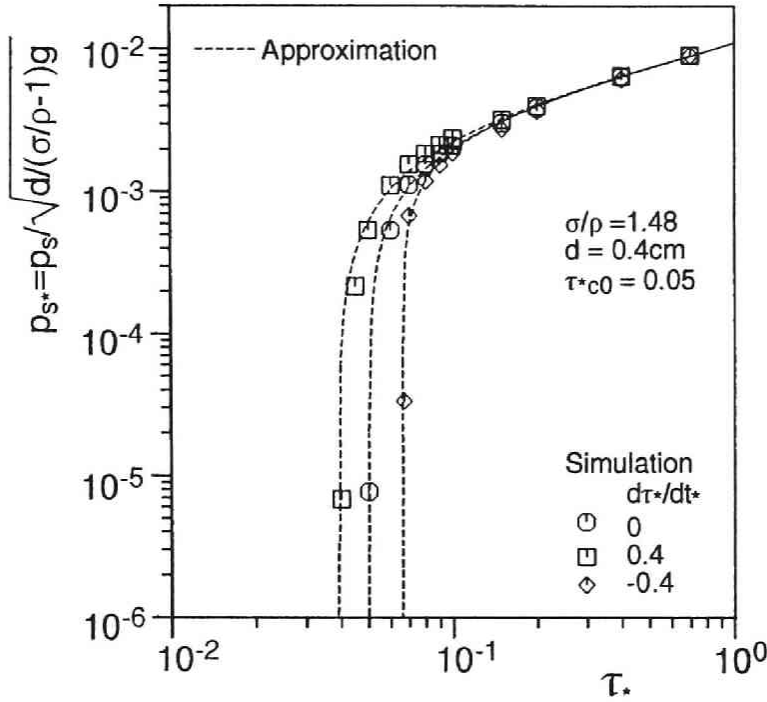


Fig. 2.13 非定常性の効果を考慮した pick-up rate

分のみに顕著に現れていることが理解できる。

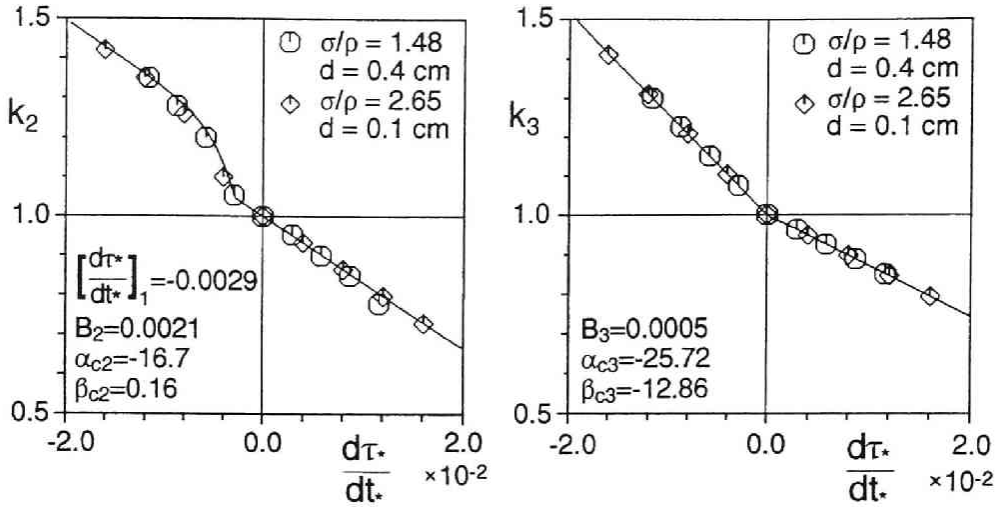
加速度の効果を表す補正係数  $k_2, k_3$  については、加速度を変化させた数値シミュレーション結果を整理して、Fig. 2.14 に示す関係が成立することが明らかとなった。なお、 $t_*$  は、 $t_* = t \sqrt{(\sigma/\rho-1)g/d}$  で定義される無次元量である。図中の実線は、近似曲線

$$k_2 = 1 + \alpha_{c2} \frac{d\tau_*}{dt_*} + \beta_{c2} \Gamma_{c2} \quad (2.48)$$

$$\Gamma_{c2} = \begin{cases} 1 - \exp \left[ \frac{1}{B_2} \left\{ \frac{d\tau_*}{dt_*} - \left( \frac{d\tau_*}{dt_*} \right)_1 \right\} \right] & \text{for } \frac{d\tau_*}{dt_*} < \left( \frac{d\tau_*}{dt_*} \right)_1 \\ 0 & \text{for } \frac{d\tau_*}{dt_*} \geq \left( \frac{d\tau_*}{dt_*} \right)_1 \end{cases} \quad (2.49)$$

$$k_3 = 1 + (\alpha_{c3} + \beta_{c3} \Gamma_{c3}) \frac{d\tau_*}{dt_*} \quad (2.50)$$

$$\Gamma_{c3} = \begin{cases} 1 - \exp \left( -\frac{1}{B_3} \frac{d\tau_*}{dt_*} \right) & \text{for } \frac{d\tau_*}{dt_*} > 0 \\ 0 & \text{for } \frac{d\tau_*}{dt_*} \leq 0 \end{cases} \quad (2.51)$$


 Fig. 2.14 加速度効果を表す補正係数  $k_2, k_3$ 

である。式中の定数については、図中に示した。

先の議論から明らかなように、加速度の効果も個々の砂粒子の離脱を運動方程式を通して特徴づける諸要因の一つであるから、本シミュレーションによりその影響を抽出し、加速度の効果を表す補正係数を求めて、それを中川・辻本式に加味することで、既存の実験結果とも良好に一致しかつ加速度の効果を的確に表現できる pick-up rate 式が得られると考える。すなわち、加速度の効果が顕在化するとき、中川・辻本式は、次のように修正される。

$$P_{s*} = P_s \sqrt{\frac{d}{(\sigma/\rho - 1)g}} = F_0 \tau_* \left(1 - \frac{k_2 \tau_{*c0}}{\tau_*}\right)^{k_3 m} \quad (2.52)$$

ここに、 $m=3$ 、自然砂については  $F_0=0.03$  である。

#### (2) 振動流・一方向流共存場での pick-up rate の実験との比較

本節で提案した pick-up rate の推定法を、2.3 節の振動流・一方向流共存場における pick-up rate の測定結果と比較した。Fig. 2.15 にその一例を示す。なお、 $F_0$  については、中川・辻本式の  $F_0=0.03$  を比重の効果を考慮して、

$$\frac{F_{0m}}{F_0} = \left(\frac{\sigma/\rho - 1}{\sigma/\rho + C_M}\right)_m \left/\left(\frac{\sigma/\rho - 1}{\sigma/\rho + C_M}\right)\right. \quad (2.53)$$

により補正（添字  $m$ : 補正を要する砂粒子）すると、 $F_{0m}=0.014$  を得るが、実験値との適合性を考慮して、 $F_{0m}=0.036$ （標準値 0.014 の 2.6 倍にあたる）を用いることとした。なお、図中の実線が式 (2.52) を用いた計算結果であり、破線は加速度効果の補正を行わない場合の計算結果である。図中には流

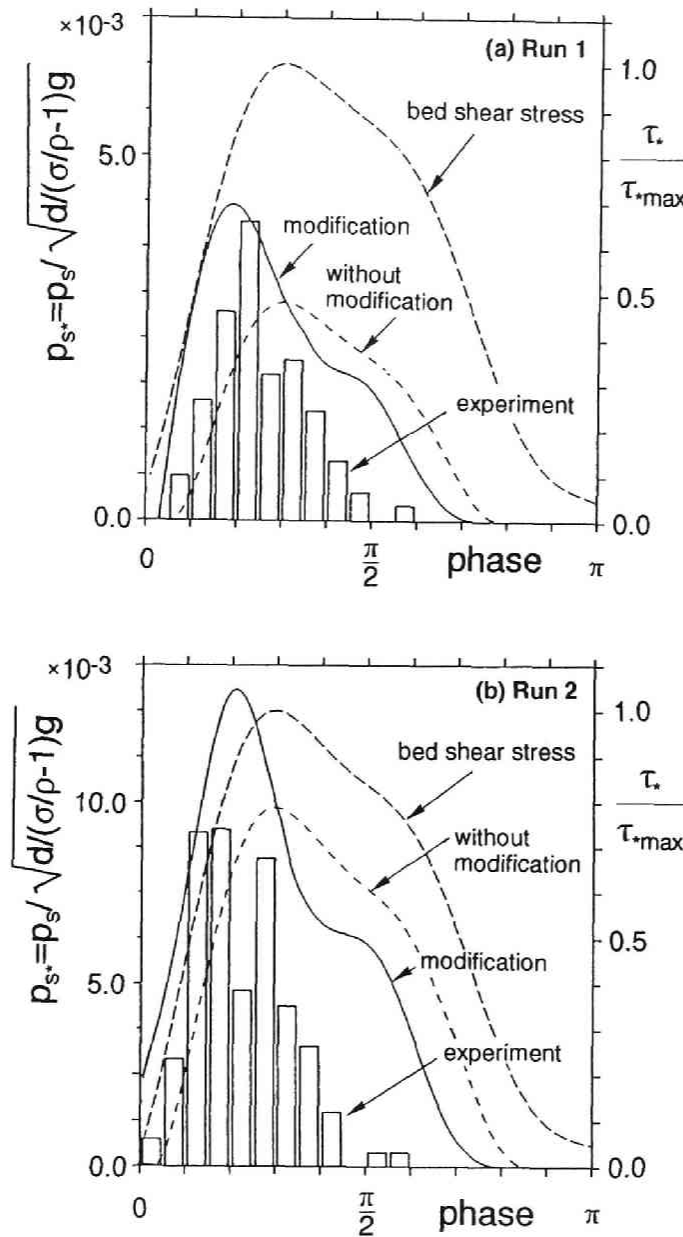


Fig. 2.15 振動流・一方向流共存場での pick-up rate の実験との比較

れ場の計測結果から評価した底面せん断力の時間変化もあわせて示している。

分布範囲については、加速度の効果による補正の有無に関わらず実際の分布より広い範囲の予測を与えるが、補正を行った場合の方が補正なしの場合に比べて位相が進んだ分布形を呈する。補正した中川・辻



本式と実験結果との適合性について詳細に述べると、流速振幅の小さい(a)の場合、ピークの高さ・ピークの位相とも良好な一致を示すが、流速振幅の大きい(b)の場合、ピークの位相についてはほぼ適正な評価が可能であるが、ピークの高さについては過大評価になっている。分布形状については、補正された中川・辻本式を補正なしの場合と比較すると、加速期に促進、減速期に抑制という加速度の効果が明瞭に現れている。実験結果は加速期に速やかに立ち上がり、ピークを過ぎて減速期に入るとしばらくして変曲点を持つような推移を示すが、これらの特性は、補正された中川・辻本式を用いた場合、(a),(b)どちらについても明瞭に示されており、加速度効果を考慮した補正の有効性が示唆される。

## 2.5 時間軸上に展開された掃流砂礫の流送過程に関する研究

moving period は、pick-up rateとともに時間軸上の非平衡流砂モデルを構成し、掃流粒子の流送過程を規定する重要なサブシステムである。この節では、掃流砂の流送過程について、まず従来の研究を概観し、続いて砂粒子の運動の確率的特性を考慮した数値シミュレーションを用いてmoving periodの特性を検討する。

### 2.5.1 掃流砂礫の流送過程に関する従来の研究

step length は、空間軸上の非平衡流砂モデルにおいて掃流砂礫の流送過程を代表する量であるため、Einstein<sup>3)</sup>型の流砂量式により流砂量を議論するには、step lengthの算定が必要不可欠である。Einstein<sup>21)</sup>, Paintal<sup>22)</sup>は、定常等流下におけるstep lengthについての実験を行い、これに基づいた経験式を提案しているが、砂粒子の運動機構を十分に考慮したものではなく理論的根拠に乏しいものである。中川・辻本<sup>7)</sup>は、砂礫の流送過程が河床との不規則な接触により特徴づけられることに着目して、ランダムな河床突起との不規則な衝突を伴う摩擦過程として流送過程をモデル化している。中川・辻本・細川<sup>25)</sup>は、中川・辻本のモデル化を一般化し、定常・等流下における掃流粒子の流送過程に関する数値シミュレーションを滑動モデルを用いて行い、掃流砂礫の不規則運動の基本的性質が良好に模擬されることを示している。また、辻本・中川<sup>8)</sup>は砂粒子の運動形態をsaltationでモデル化し、河床面との不規則な衝突・反発を考慮した不規則継続跳躍として掃流過程を表現している。関根・吉川<sup>9)</sup>は、辻本・中川のモデルを3次元に拡張し、河床面の凹凸についてもより詳細な記述を用いて掃流過程を模擬し、掃流粒子の運動特性の3次元性はあまり顕著ではなく、2次元モデルでも良好に運動を再現可能であることを確認している。

岸沖漂砂の流送過程についても河川流砂と同様の取扱いが行われている。沢本・山下<sup>14)</sup>は、滑動形式の運動方程式を用いて砂粒子の運動をLagrange的に追跡することにより、波動場における半周期移動距離を算定しているし、灘岡・入江<sup>28)</sup>らは、滑動形式の運動方程式により重複波の下での砂粒子の運動過程を追跡している。

河川流砂の場合、砂粒子の移動には十分な掃流力が作用する状況でも移動開始する砂粒子と停止する砂

粒子が混在するという事実を表現できるモデルであるかどうかの問題の中心であり、そのために砂粒子と河床面との接触の確率的特性の重要性が早くから認識されていた<sup>7)</sup>。一方、漂砂の場合、底面との接触の確率的特性を考慮して砂粒子の流送過程を取り扱った研究は見られないようである。これは、漂砂の場合には主流速の変動による掃流力の減少が砂粒子の停止条件を大きく規定し、底面との接触の確率的特性は流砂の場合に比べて支配的でないためと考えられる。

空間軸上に展開された重畳積分形式の非平衡流砂モデルである中川・辻本<sup>11)</sup>モデルにおいて、掃流粒子の流送過程を規定するのは、step length の確率密度関数であり、step length は pick-up rate を deposit rate ないしは流砂量に変換するフィルターの役割を担っているが、pick-up rate に比べると、step length については砂粒子の運動方程式に基づく解析的評価が困難である。これは、pick-up rate が局所的な流れ場によってのみ支配されるのに対して、step length は砂粒子の移動過程全体によって規定されるため履歴性が強い上に、運動履歴そのものが河床との接触の不規則性という確率的要因によって支配されることに起因している。このようなことから、たとえ定常等流下であろうとも step length に関する解析的表示を得ることは難しく、運動方程式に基づいて合理的に step length を推定するには数値シミュレーションに依らざるを得ない。流砂の分野で掃流過程の数値シミュレーションが行われてきたのは、このような事情によるものと考えられる。

本節では、時間軸上に展開された重畳積分形式の非平衡流砂モデルにおいて掃流粒子の流送過程を規定する moving period の推定を対象とするが、推定手法が掃流過程を Lagrange 的に追跡する数値シミュレーションである点では既往の数値シミュレーションと同じである。従来の確率論的モデルによる数値シミュレーションは全て、定常等流下の掃流過程を対象として行われてきたのに対して、本節では非定常流れ場を対象に従来の確率論的モデルによるシミュレーション手法を拡張して適用するものである。

## 2.5.2 滑動形式による掃流砂礫の流送過程に関する数値シミュレーション

### (1) シミュレーションモデル

シミュレーションの模式的表現を Fig. 2.16 に示す。移動過程のシミュレーションには種々のパラメータが導入されているが、それらの中で移動中の砂粒子と河床との接触の程度を規定し、河床構成材料によって異なった特性を有すると考えられるのは、[a] 河床突起との非弾性衝突の程度と [b] 移動中に生じる河床面との接触の程度の2つである。

中川・辻本・細川<sup>25)</sup>は、掃流粒子の流送過程を滑動形式でモデル化し、[A] 河床突起との衝突過程と [B] 衝突を伴わない摩擦過程とに分けて考えて、[A] の過程について Fig. 2.17 に示すような河床突起乗り越しモデル<sup>7)</sup>（弾性衝突モデル）を用いて表現している。

$$\frac{u_{out}}{\sqrt{gd}} = \sqrt{\left( \frac{1 + 4k^2/d^2 - 2\Delta}{1 + 4k^2/d^2} \right)^2 \frac{u_{in}^2}{gd} - 2\Delta} \cdot B, \quad (2.54)$$

$$B = \frac{\sigma/\rho - 1}{(\sigma/\rho + C_M)(1 + 4k^2/d^2)} \quad (2.55)$$

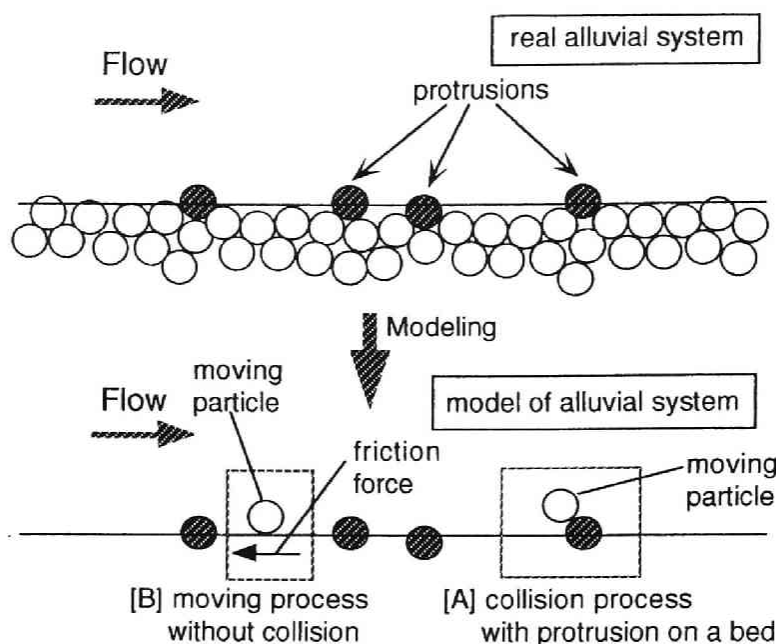


Fig. 2.16 掃流過程の模式図

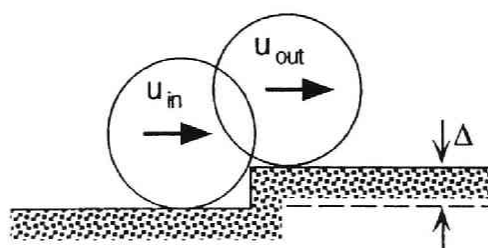


Fig. 2.17 突起・乗り越しモデル

ここに、 $k$ : 重心に関する回転半径 ( $k = \sqrt{I_G / M}$ ) であり、また、 $\Delta_* = \Delta / d$  ( $\Delta$ : 突起高さ) は、指数分布式 (2.40) で近似される。式 (2.54), (2.55) を (2.40) とともに用いて衝突直前の砂粒子の速度を与えると衝突直後の速度が計算される。ただし、河床突起の高さが式 (2.40) に従う確率変数であるため、衝突直後の砂粒子の速度も確率変数になる。従って、シミュレーションに際しては、河床突起との衝突が生じることに乱数を発生させて式 (2.40) を用いて河床突起の高さを求め、衝突直後の砂粒子の速度を評価する必要がある。中川・辻本・細川<sup>25)</sup> はこのような煩雑さを軽減するために、砂粒子の衝突直前の速度  $u_{in}$  と衝突直後の速度  $u_{out}$  の関係をシミュレーションによって調べた結果、次のような推移確率の近似式を得ている。

$$h(u_{out}^* | u_{in}^*) = \frac{1}{\Gamma(4)} \Xi_b^4 u_{out}^{*3} \exp(\Xi_b u_{out}^*) \quad ; \quad \Xi_b = \frac{4}{0.08u_{in}^{*2} + 0.3u_{in}^*} \quad (2.56)$$

$$u_{in}^* = \frac{u_{in}}{\sqrt{gd}} \quad ; \quad u_{out}^* = \frac{u_{out}}{\sqrt{gd}} \quad (2.57)$$

ところで、移動床における衝突は非弾性衝突であり、河床粒子のずれ動きの効果のためエネルギー損失が生じるが、ここではこの点を考慮して、衝突後砂粒子が運動を継続する条件として

$$u_{out} > \beta_1 u_{in} \quad ; \quad \beta_1 = 0.1 \quad (2.58)$$

を仮定した。

次に、[B] の過程として摩擦過程を想定し、砂粒子の運動を運動方程式

$$\rho \left( \frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho |u - u_p| (u - u_p) A_2 d^2 + \rho (1 + C_M) A_3 d^3 \frac{du}{dt} - g \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d^3 \mu_f \quad (2.59)$$

( $u_p$ : 砂粒子の速度の流下方向成分,  $x_p$ : 流下方向の座標軸) で表現する。これを、初期条件  $x_p=0$ ,  $u_p=0$ ;  $t=0$  の下に、Runge-Kutta-Verner 法により解くことにより砂粒子の運動が Lagrange 的に追跡される。なお、河床突起との衝突が生じると  $u_p = u_{out}$  として砂粒子が停止するまで計算を継続する。式 (2.59) 中の諸定数については、 $C_M=0.5$ ,  $C_D=0.4$ ,  $A_2=\pi/4$ ,  $A_3=\pi/6$  を用いた<sup>1)</sup>。河床面との摩擦接触効果を規定する摩擦係数  $\mu_f$  については砂粒子の移動速度の関係を考慮して求められた実験式<sup>25)</sup>

$$\mu_f = \frac{1}{2} \frac{\mu_{f0}}{(u_p / \sqrt{gd})^2 + 0.5} \quad ; \quad \mu_{f0} = 1.8 \quad (2.60)$$

により与えることとする。ここに、 $\mu_{f0}$ : 静止摩擦係数である。なお、移動床における河床面の突起間隔は、水理条件にほとんど無関係に平均値  $X=(5.0 \sim 7.0)d$ , 変動係数  $\alpha_x=0.6 \sim 0.7$  の gamma 分布で与えられることが実験的に確かめられており<sup>25)</sup>、この結果を用いる。また、計算の時間刻みについては、 $\Delta t=1/200$  秒とした。

#### (2) 振動流・一方向流共存場での moving period の実験との比較

本節における砂粒子の流送過程の数値シミュレーションを、2.3 節の振動流・一方向流共存場における moving period の実験結果と比較した。なお、砂粒子周辺の局所流速については、実験に用いた砂粒子と同一の粒子で粗度づけされた固定床上における計測値を用いることとした。

Fig. 2.18 は、平均 moving period  $T_m$  についてのシミュレーション結果である。図中には、河床の突起との不規則衝突を考慮しない決定論的モデルによる計算結果も併せて示している。決定論的モデルと確率論的モデルとを比較して論じる際には、その定義を明確にする必要がある。例えば同じ決定論でも、[1] 掃流過程を単に摩擦過程として記述し、河床突起との衝突を考慮しないものもあれば、[2] 掃流過程

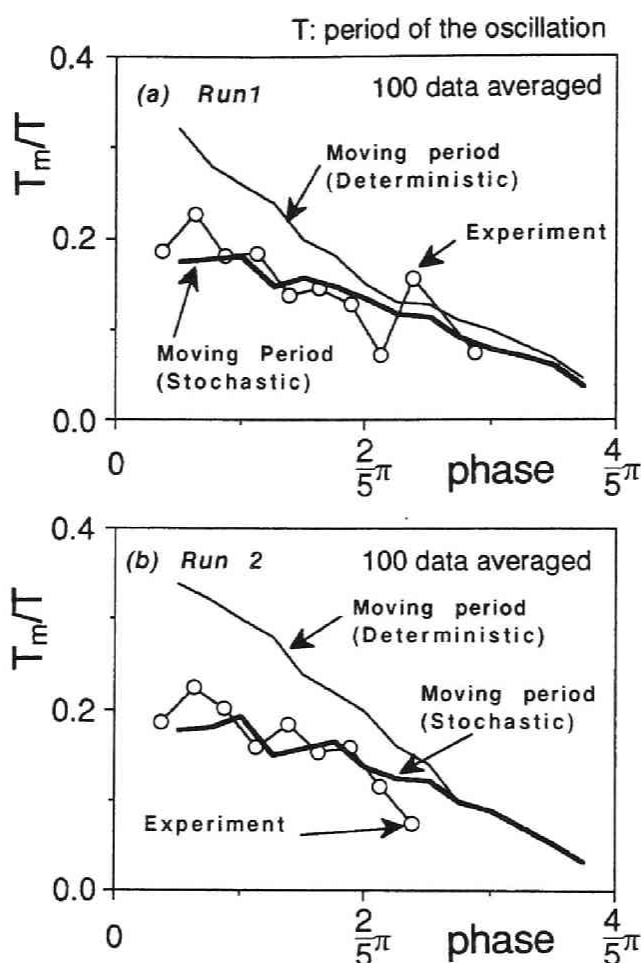


Fig. 2.18 平均 moving period

を摩擦過程と規則的に配列された突起との衝突過程との繰り返しとして記述するというものもある。また、同じ確率論でも、[3] 河床突起との衝突は考えずに摩擦係数を確率に変化させるというモデルもあれば、[4]本節のモデルのように、掃流過程を摩擦過程と不規則な河床突起との衝突過程に分割して取り扱う手法もある。ここでは、[1] の決定論的モデルを [4] の確率論的モデルと比較する。

移動開始位相が遅いほど moving period が短い点は、確率論的モデル・決定論的モデルとも共通している。また、決定論的モデルは移動開始位相が早いときに過大評価となっているが、移動開始位相が遅くなるに従って両モデルによる結果の差が小さくなっており、確率論的モデルの解は決定論的モデルの解へと漸近していく。

停止事象の発生要因としては、[A] 砂粒子が河床突起との衝突により急激に運動量を失うことと [B] 流体力が移動限界を下回ることの2つが考えられる。移動開始位相が遅くなるに従って個々の砂粒子の河床

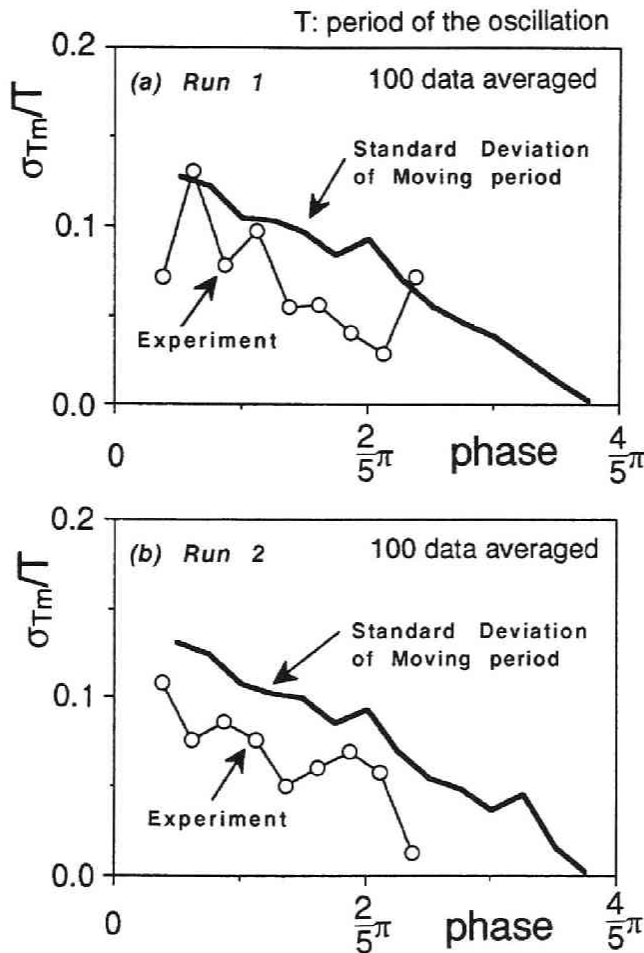


Fig. 2.19 moving period の標準偏差

突起との衝突回数は減少するから、確率論的である [A] の要因の占める割合が決定論的である [B] の要因のそれに比べて相対的に減少すると考えられ、このことが確率論的モデルの解を決定論的モデルの解へと漸近させる役割を果たしているものと推察される。

次に、Fig. 2.19 は、moving period の標準偏差  $\sigma_{Tm}$  についてのシミュレーション結果である。確率モデルによる計算値は実験値の存在範囲の上限付近に相当するが、全体としての傾向は良好に模擬されており、本シミュレーションは、平均特性だけでなく変動特性についても予測可能であることが理解できる（決定論的モデルでは標準偏差そのものの予測が不可能であることは言うまでもない）。

平均 moving period だけを予測するなら、決定論的モデルにおいて摩擦係数を大きく取って河床面との摩擦効果を大きくすれば、Fig. 2.18 の決定論的モデルによる予測結果よりも良好に実験結果を説明するようなシミュレーション結果を得ることは可能である。ところで、確率論は決定論を包含する概念で

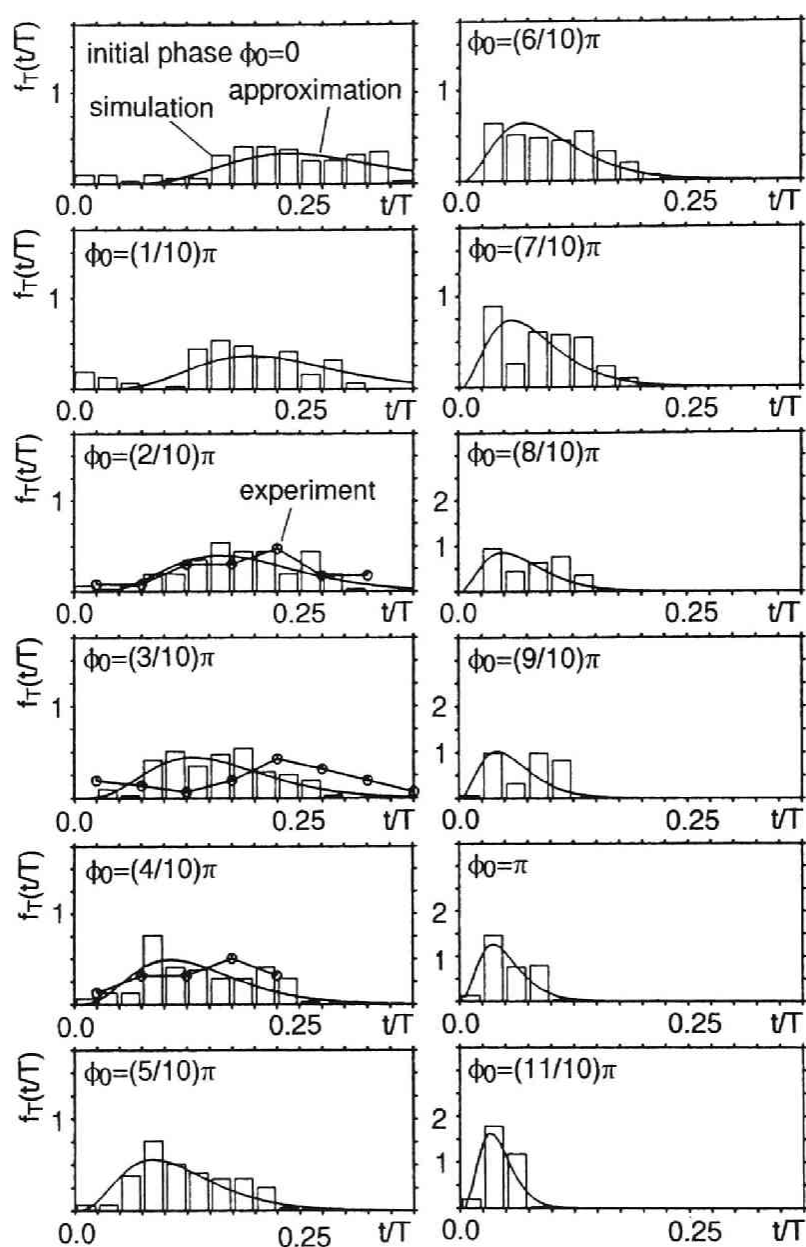


Fig. 2.20 moving period の確率密度関数

あるから、確率論的モデルには確率論的な部分と決定論的な部分が並存している。ここでは、決定論的モデルにおける摩擦係数を確率論的モデルと同一に取ることにより、確率論的モデルの結果において決定論的な部分が占める割合が図から読み取れるように配慮した。

Fig. 2.20 は、シミュレーションが予測する moving period の確率密度関数  $f_T(t/T)$  の移動開始位相 ( $\phi_0$ ) 別の変化である。図には実験結果も併せて表示しているが、実験でサンプリングされた砂粒子数は移動開始位相ごとに異なっており、平均値や標準偏差などの系統的变化に関する議論ならばどうにか可能ではあるが、確率密度関数の形状を論じるにはサンプリング数が少なすぎて信頼性に問題がある。従って、実験値は比較的サンプリング数の多い位相についてのみ示すこととした。

これに対して数値シミュレーションはサンプリング数を自由に調整可能であり、実験では不可能であったサンプリング数の極めて少ない移動開始位相の確率密度関数の形状までも予測可能である。そのために、全ての移動開始位相について同一の信頼性を有するデータを得ることができる。

このようなことから、ここでは数値シミュレーションより密度関数の移動開始位相別の特性について考察を加えることとする。移動開始位相が小さい場合は密度関数は広範囲に分布し、床面の突起との不規則な衝突が現象を大きく支配しているが、移動開始位相が大きくなるに従って決定論的に決められる moving period の周辺に分布が集中する様子が示されている。このことは、移動開始時刻が遅くなるに従って確率論的要因の占める割合が決定論的要因のそれに比べて相対的に減少することを表しており、平均 moving period の特性から得られたのと同様の結果が流送過程の内部構造の側面から追認されたことになる。なお、図中の実線は gamma 分布による近似曲線 (2.61) を示している。

$$f_T(\xi) = \frac{\lambda}{\Gamma(r)} (\lambda \xi)^{r-1} \exp(-\lambda \xi) \quad (2.61)$$

$$\lambda = \frac{T_m}{\sigma_{T_m}^2} \quad ; \quad r = \left( \frac{T_m}{\sigma_{T_m}} \right)^2 \quad (2.62)$$

ここに、 $f_T(\xi)$  は規格化された密度関数で、 $\xi = t/T_m$  である。本近似式によって、シミュレーション結果をほぼ良好に近似することが可能である。

## 2.6 時間軸上に展開された掃流過程の数値予測

本節では、2.5 節の砂粒子の流送過程の数値シミュレーションを用いて、[1] 振動流・一方向流共存場における pick-up rate から deposit rate への変換過程、[2] 振動流・一方向流共存場における掃流砂量、[3] 波動場における pick-up rate から deposit rate への変換過程についての数値予測を行うものである。

### 2.6.1 振動流・一方向流共存場における pick-up rate から deposit rate への変換過程の数値予測

本節のシミュレーションの中で求められた moving period の分布特性の妥当性を示すため、2.3 節の振動流・一方向流共存場における掃流過程の実験から得られた pick-up rate から deposit rate への変換過程にシミュレーションを適用し、再現性を検討する。シミュレーションによって推定された moving period の確率密度関数を用いて、式 (2.8) の deposit rate 式を積分し、pick-up rate から deposit rate へ



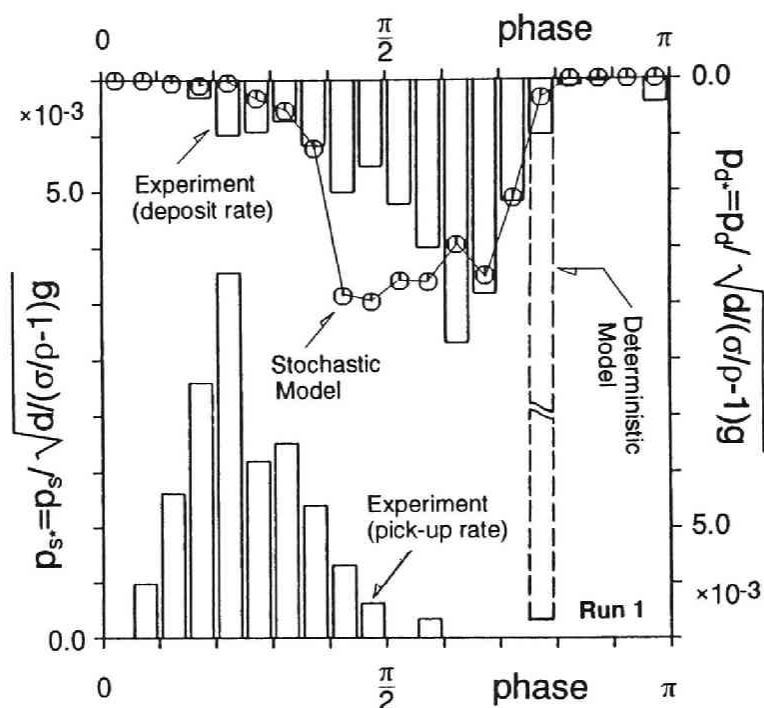


Fig. 2.21 pick-up rate から deposit rate への変換過程

の変換過程を予測したのが、Fig. 2.21 である。実験から得れた pick-up rate を入力として、確率論的モデルと決定論的モデルにより deposit rate を予測し、実験結果と比較した結果を図示している。

確率論的モデルによると deposit rate の分布範囲はほぼ正確に予測され、分布形状についてもピークの直前の部分に若干のずれはあるものの、立ち上がりが緩やかでピークを経て急激に減少する形状をほぼ良好に再現している。重心が前にある鋭い分布を持った pick-up rate が掃流過程のフィルター的な作用により、重心を後ろに持って広がった deposit rate に変換される様子は実験結果からも明らかであるが、このような掃流過程の特性は確率論的モデルにより良好に表現されることが図から理解できる。

これに対して、決定論的モデルでは分布範囲の予測そのものが不可能であり、deposit rate は特定の位相に  $\delta$  関数的に分布する。2.5 節の平均 moving period の予測結果の検討の際にも述べたように摩擦係数を適当に調整することにより平均 moving period の大きさを変えることは可能であるから、deposit rate 分布の重心（決定論的モデルによる予測結果は  $\delta$  関数的分布を示すから分布の重心は、砂粒子が deposit される位相そのものである）を確率論的モデルによる予測結果の重心に合わせることは可能である。したがって、決定論的モデルと確率論的モデルの決定的な相違は、砂粒子が deposit される位相が広がりを持っていることを表現できるか否かという点にあると言える。

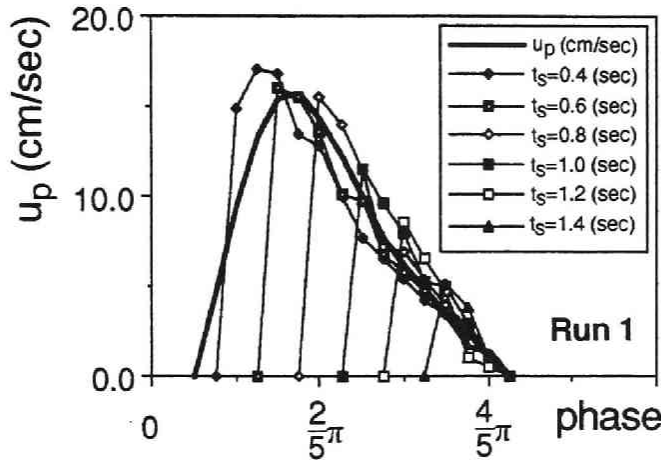


Fig. 2.22 砂粒子の移動速度

### 2.6.2 振動流・一方向流共存場における掃流砂量の数値予測

2.3 節の振動流・一方向流共存場における掃流過程の実験から得られた掃流砂量の時間変化特性をシミュレーションから得られた moving period の確率密度関数を用いて再現することを試みる。流砂量を評価するには、時間軸上に展開された非平衡流砂量式 (2.7) の積分を実行する必要があるが、そのためには、moving period だけでなく、砂粒子の移動速度をも求める必要がある。式 (2.7) における砂粒子の移動速度は、砂粒子の移動開始位相の条件付き速度として決定論的に取り扱われているが、砂粒子はその移動過程において不規則な河床突起との衝突を繰り返すから、砂粒子の移動速度も厳密には確率変数として取り扱われるべきものである。式 (2.7) の表現は、掃流粒子の流送過程の不規則性を moving period に集約して表現したものと言うことができるが、この仮定が実現象の近似として妥当であるかどうかは、砂粒子の慣性の大きさと関連している。すなわち、砂粒子の慣性が十分に大きければ、河床の突起との衝突によって一旦減速された砂粒子が再び加速されて平衡移動速度に到達するのに一定の時間遅れを生じることとなるが、慣性がそれほど小さくなければ、砂粒子は河床突起との衝突により減速された後も速やかに加速され直ちに平衡移動速度に復帰する。Fig. 2.22 は、シミュレーションから得られた砂粒子の移動速度の移動開始位相別変化を示したものである。図中の太線は、摩擦抵抗を考慮した砂粒子の平衡移動速度であり、

$$u_{peq} = \beta_{up} \left\{ u - \frac{2A_3 d (\sigma / \rho - 1) g \alpha_{up} \mu_{t0}}{A_2 C_D} \right\} ; \quad \alpha_{up} = \beta_{up} = 0.8 \quad (2.63)$$

で与えられる。ここに、 $\alpha_{up}, \beta_{up}$  は経験定数である。この内、 $\alpha_{up}$  は砂粒子の移動限界位相でちょうど底面近傍流速  $u$  がゼロとなるように設定され、 $\beta_{up}$  は河床突起との衝突による減速効果を加味して導入

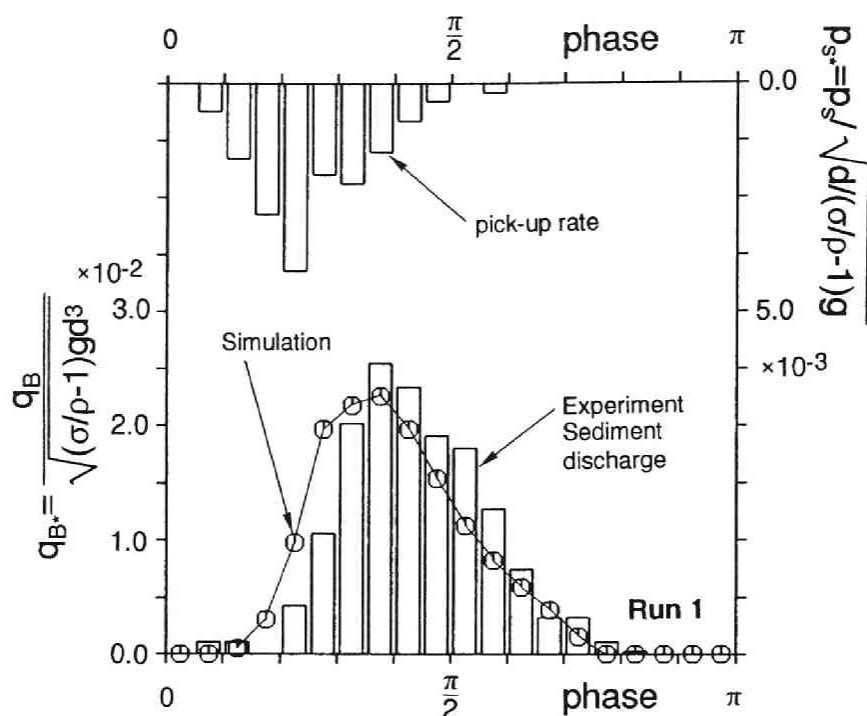


Fig. 2.23 振動流・一方向流共存場の掃流砂量

された。砂粒子の移動速度の移動開始位相に対する依存性は低く、どの位相に移動開始した砂粒子も短時間の内に平衡移動速度に達することが図から理解できる。ここでは、河床の不規則な突起との衝突効果は平衡移動速度を割り引くこと ( $\beta_{up}=0.8$ ) にのみ反映されるものとして、砂粒子の移動速度の変動は考慮せず、砂粒子の移動速度が移動開始位相と無関係に式(2.63)で表現されるものとする。すなわち、流送過程における不規則性は全て moving period により代表されるものとする。

このとき、流砂量式は簡略化されて、

$$q_B(t) = K_B d \cdot u_{peq}(t) \int_0^\infty p_s(t-\tau) \int_\tau^\infty f_T(\xi|t-\tau) d\xi d\tau \quad (2.64)$$

となる。

Fig. 2.23 は、シミュレーション結果を式(2.64)に適用することにより予測された流砂量の変化と実験結果との比較である。流砂量の立ち上がり部分でやや過大評価となるものの、ピークの位相・ピークの高さとも良好に再現されており、砂粒子の移動速度に関する仮定の妥当性とシミュレーション結果の有効性が確認された。

### 2.6.3 波動場における pick-up rate から deposit rate への変換過程の数値予測

ここでは、2.5 節の砂粒子の移動過程のシミュレーションを波動場に適用して、沢本・山下<sup>14)</sup>により行われた deposit rate の時間変化に関する実験の再現を試みる。沢本・山下の実験結果では、彼ら自身指摘しているように、砂粒子が pick-up される位相と deposit される位相とが明確に分かれている。一方、2.6.1 で示した振動流・一方向流共存場における実験結果<sup>18)</sup>では砂粒子が pick-up される位相と deposit される位相とは重なりを持っており、特定の位相では pick-up と deposit とが同時に生じている。

一般に主流速が有意な変動を呈する場合、砂粒子の移動過程を規定するのは、[1] 主流速の変化による流体力の変化（決定論的要因）、[2] 河床突起との不規則衝突（確率論的要因）の2つであると考えられる。沢本・山下の実験結果と本研究での振動流・一方向流共存場における実験結果の相違は、[1],[2]の要因の影響の大小によるものと考えられる。すなわち、振動流・一方向流共存場における実験では、[2]の要因が現象を規定する割合が大きく、現象がより確率論的となったため、pick-up と deposit が同位相で生じ、一方、沢本・山下の実験では、[1]の要因がより支配的であったため現象の決定論的側面が強くなり、pick-up と deposit の位相は明確に区分された。

ところで、シミュレーションモデルの中で、[1],[2]の要因の相対的強度に影響を与えるのは、河床との接触の程度を規定するパラメータであると考えられる。本節のシミュレーションは、砂粒子の移動過程を [A] 河床突起との衝突過程と [B] 衝突を伴わない摩擦過程とに分けて取り扱っているが、河床との接触効果は、[A]の過程では非弾性衝突効果を示すパラメータ  $\beta_1$  により表現され、[B]の過程では動摩擦係数により表現されるものと考えられる（動摩擦係数の大きさは式(2.60)における  $\mu_0$  が規定する）。

Fig. 2.24 は、沢本・山下による実験結果のシミュレーションによる再現を試みたものである。図中の deposit rate の予測結果は、シミュレーションにより求められた moving period の確率密度関数を用いて、式(2.8)により pick-up rate の実験値を入力として計算されたものである。図中には沢本・山下による決定論的計算結果も併せて示している。シミュレーション結果は実験結果をほぼ良好に再現しており、pick-up から deposit への変換過程の記述に本シミュレーションが有効であることが図から理解できる。なお、河床との接触の程度を表すパラメータについては実験結果と適合するように、 $\beta_1=0.05$ 、 $\mu_0=0.4$  を用いることとした。この値は、灘岡・入江<sup>29)</sup>が重複波のもとでの砂粒子の移動を模擬する際に用いた静止摩擦係数 0.5 と比較的近い値となっている。

$\beta_1$ 、 $\mu_0$  はともに河床構成材料の影響を受けやすいパラメータであると考えられるから、プラスチック粒子（比重 1.48、粒径 0.4cm）を用いた振動流・一方向流共存場における実験と自然砂（比重 2.65、粒径 0.07cm）を用いた沢本・山下の実験とでは、これらのパラメータは異なるものと推測される。自然砂の場合、形状が不規則なため、噛み合わせ効果により球状粒子に比べて河床構成粒子がずれ動きにくいものと推測される。このため、河床突起に移動中の砂粒子が衝突した際には、自然砂の場合の方が砂粒子の運動エネルギーを吸収しにくく、非弾性衝突の効果が小さくなるものと考えられる。沢本・山下の実験の場合に用いた非弾性衝突の効果を表すパラメータ  $\beta_1$  が振動流・一方向流共存場の場合の値より小さく設定されたのは、このような理由によるものと考えられる。

また、自然砂の場合、均一粒径とはいってもある程度の粒度分布があるものと考えられるので、均一の

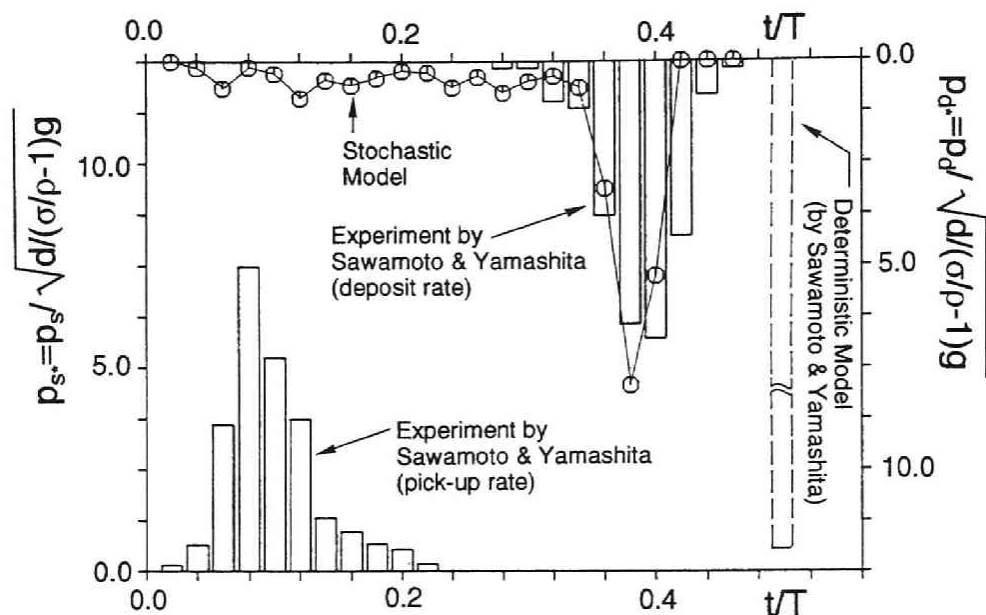


Fig. 2.24 pick-up rate から deposit rate への変換過程 (沢本・山下の実験との比較)

球状粒子により構成される河床面に比べて、小さい砂粒子が大きい砂粒子の間に入り込むことにより全体として河床がかえって平坦化される傾向にあると推定される。沢本・山下の実験の場合の摩擦係数が振動流・一方向流共存場の場合の値より小さく設定されたのは、このような効果を反映したものと考えられる。

次に、沢本・山下の実験についてシミュレーションを実行した際の moving period の確率密度関数を Fig. 2.25 に示す。なお、決定論的モデルの確率密度関数は、図中に矢印で示す時刻に集中したものとなる。沢本・山下の実験の場合には確率密度関数が決定論的な停止位相付近で集中した分布を呈しているのに対し、振動流・一方向流共存場の場合 (Fig. 2.20) には確率密度関数はよりなだらかで広範囲な分布となっている。決定論的要因がより支配的であるほど確率密度関数は集中分布し、確率論的要因が支配的であるほど分布は平坦となるはずであるから、このような確率密度関数の相違は、沢本・山下の実験が決定論的要因により強く支配され、本研究の振動流・一方向流共存場の実験が確率論的要因により強く支配されることを反映したものである。

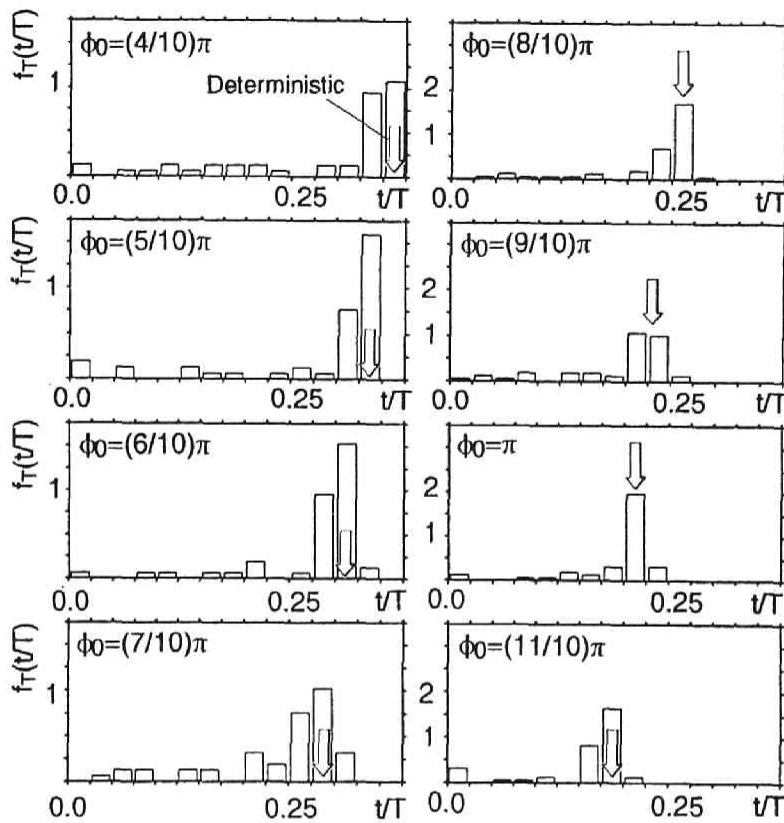


Fig. 2.25 moving period の確率密度関数（沢本・山下の実験について）

## 2.7 振動流・一方向流共存場における掃流砂量式

本シミュレーションモデルが時間軸上に展開された非平衡流砂過程の記述に有効であることは、2.6 節で明らかとなったが、このままでは個々のケースごとにシミュレーションにより moving period の確率密度関数を推定しなければ流砂量が評価できないこととなり、多少不便である。実用的見地からすると、多少の仮定を導入しても良いから、シミュレーション結果をまとめた近似式としての流砂量式が示されるのが望ましい。このような観点から本節では、理想化された流れ場において砂粒子の移動過程を模擬し、シミュレーション結果をまとめて、半周期平均流砂量および net の流砂量の推定式を提案するものである。

## 2.7.1 正弦波型の主流速変動下における掃流粒子の流送過程

## (1) 流れ場の理想化

時間軸上に展開された非平衡流砂過程においては、pick-up rate は瞬間の水理量により規定されるのに対して、moving period は砂粒子の運動履歴に依存する。流砂量は、式 (2.7) の重畳積分形式で記述されるから、moving period が砂粒子の運動履歴に依存すれば、流砂量もまた砂粒子の運動履歴に依存することとなる。このことは、流れ場の変化のパターンが違えば流砂量の時間変化のパターンも違ってくことを意味しており、したがって、流砂量の時間変化は、底面近傍の主流速の時間変化のパターンを仮定して論じられる必要がある。

ここでは、まず、田中<sup>29)</sup>による波・流れ共存場における底面摩擦係数の陽形式近似式を用いて、一方向流の底面せん断力と振動流による底面せん断力の振幅を求め、これらより摩擦速度の変動幅  $u_{*w}$  と変動の中心  $u_{*cu}$  を評価する。摩擦速度の時間変化は、

$$u_*(t) = u_{*w} \sin \omega_u t + u_{*cr} \quad ; \quad \omega_u = 2\pi / T \quad (2.65)$$

で表されるものと仮定して、平均河床面よりの高さ  $y=d/2$  における底面近傍の局所流速  $u$  と摩擦速度  $u_*$  との関係 (式 (2.43) で  $y=d/2$  と置いたもの)

$$\phi_p = \frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{30.1 \chi d}{k_s} \right) \quad (2.66)$$

を用いて、局所流速を評価する。局所流速の時間微分については、底面近傍の局所流速  $u$  と摩擦速度  $u_*$  との位相差はほとんど無視できるものと考え、近似的に  $d\phi_p/dt=0$  として式 (2.44) から評価する。

## (2) 正弦波型の主流速変動下における pick-up rate の時間変化

ここでは、非定常流れ場における pick-up rate の推定式 (2.52) を用いて、正弦波型の主流速変動下における pick-up rate の時間変化を検討する。

式 (2.65) の正弦波型の主流速変動下における pick-up rate の変化を示したのが、Fig. 2.26 である。なお、定数  $F_0$  については、自然砂に対する標準値として 0.03 が推奨されているが<sup>7)</sup>、2.4 節においてプラスチック粒子 ( $\sigma/\rho=1.48$ ,  $d=0.4\text{cm}$ ) を対象としたシミュレーションを実施した結果、標準値の 2.6 倍の値を用いた場合には、計測結果との適合性が最も良好であったため、ここでも標準値の 2.6 倍の  $F_0=0.078$  を採用している。

掃流力の大きさに対する変化を [A] に、一方向流の強度に対する変化を [B] に示している。掃流力は位相  $\pi/2$  に対して対称であるから、加速度の効果を考慮した補正を行わなければ pick-up rate も位相  $\pi/2$  に対して対称となるはずであるが、位相  $0 \sim \pi/2$  で促進、位相  $\pi/2 \sim \pi$  で抑制という補正の効果が顕著に現れており、その結果、主流速より位相が進んだ分布を呈している。掃流力が増加すれば pick-up rate の分布範囲が広がる傾向が [A] の図から読み取れるが、掃流力の増加に伴い移動限界位相が早くなることを考えれば当然の結果である。注目すべき点は、[B] の図において一方向流速の変化が分布形状に与える影響が意外に小さいことである。これは、式 (2.65) の流速場の表現では、摩擦速度の

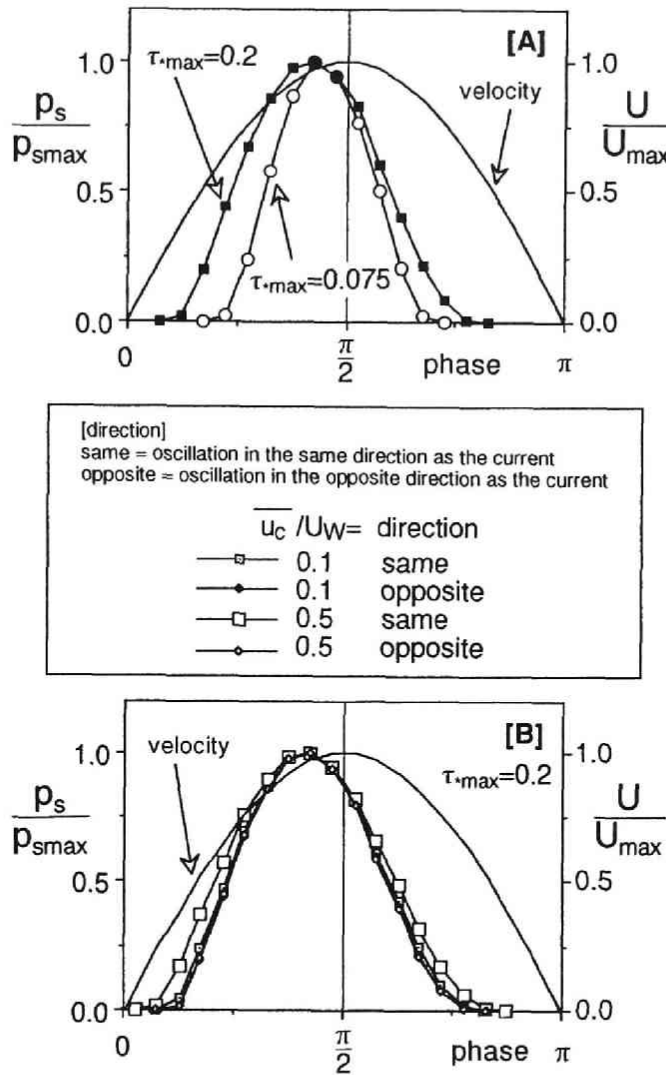


Fig. 2.26 正弦波型の主流速変動下における pick-up rate

振幅が同じであれば加速度効果は同じであるから、一方向流の影響は移動限界位相を早めて pick-up rate 分布の裾を広げることのみに限定され、分布自体を大きく変化させることはないためであると考えられる。

### (3) 正弦波型の主流速変動下における moving period と流砂量の時間変化

本節で示される流砂（漂砂）量式の適用対象は、主として海岸周辺の土砂輸送であるから、海岸漂砂を扱う際に対象とされる程度の砂粒子を対象に検討を進めるのが適当である。ところで、砂粒子の移動過程



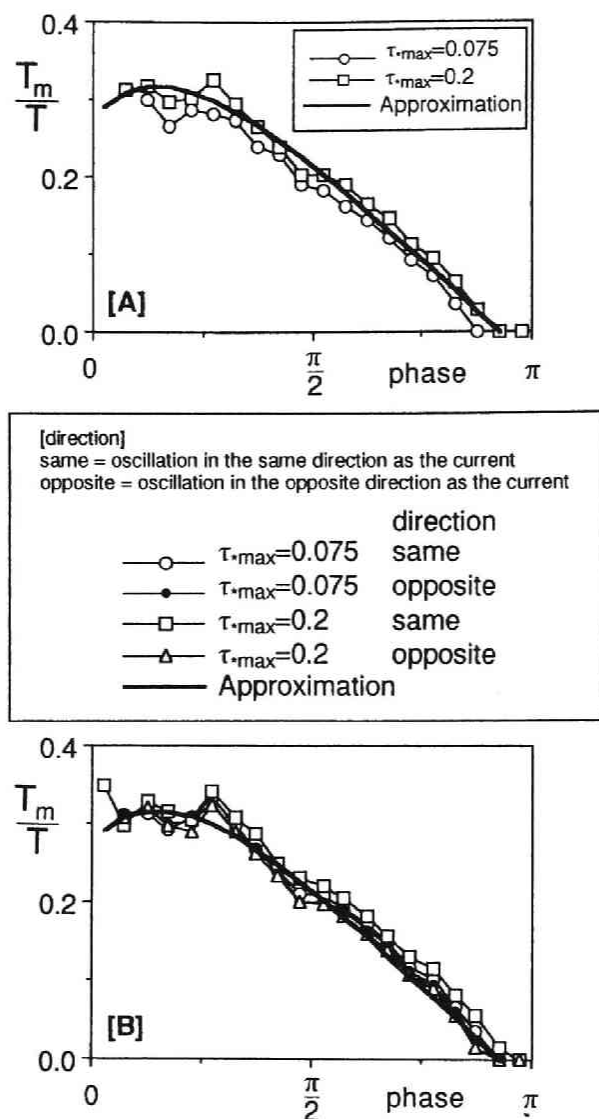


Fig. 2.27 正弦波型の主流速変動下における moving period

を追跡するには、砂粒子と河床との接触の程度を規定するパラメータ  $\beta_1$ ,  $\mu_{f0}$  を適切に評価する必要があるが、ここで対象とする自然砂は沢本・山下<sup>14)</sup>の実験に用いられた砂粒子と同一の比重・同程度の粒径を有するから、パラメータ  $\beta_1$ ,  $\mu_{f0}$  についても沢本・山下の実験結果を模擬した際の設定値  $\beta_1=0.05$ ,  $\mu_{f0}=0.4$  を用いることとする。

理想化された流れ場において、2.5 節のシミュレーションを行い、moving period の平均値の特性を検討したのが、Fig. 2.27 である。掃流力の大きさの影響を [A] に、一方向流の強度の影響を [B] に

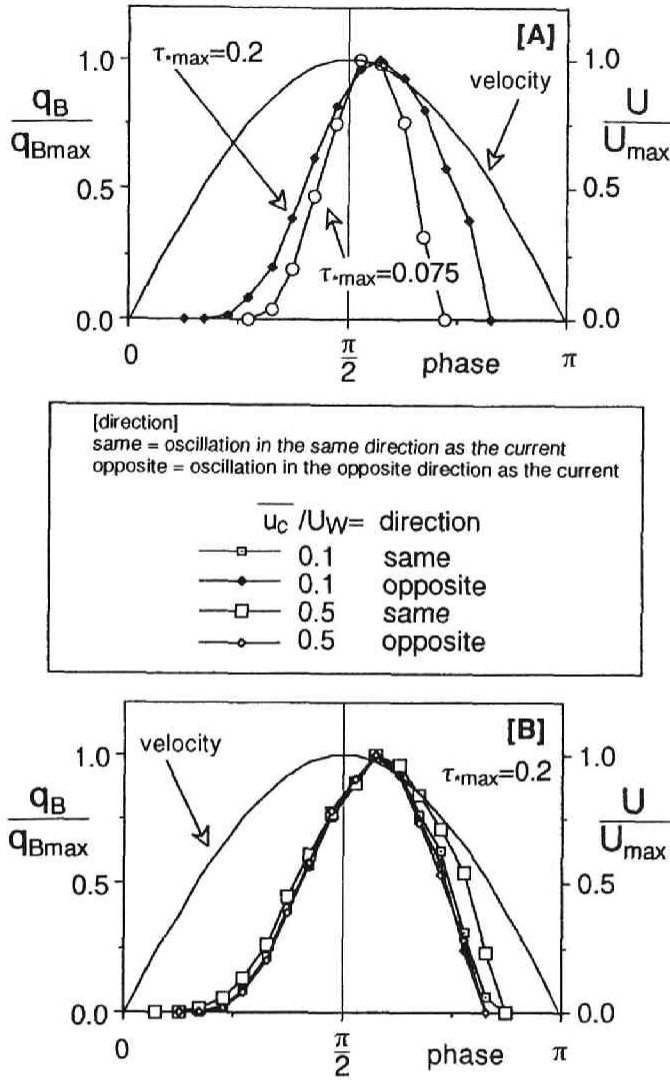


Fig. 2.28 正弦波型の主流速変動下における掃流砂量

示している。何れの場合も顕著な差は見られず、同一の近似曲線

$$\frac{T_w}{T} = \left(0.45 - \frac{t}{T}\right) \cdot \Xi_M + 0.28(1 - \Xi_M) \quad (2.67)$$

$$\Xi_M = 1 - \exp\left(-\frac{2}{B_M} \frac{t}{T}\right) \quad ; \quad B_M = 0.3 \quad (2.68)$$

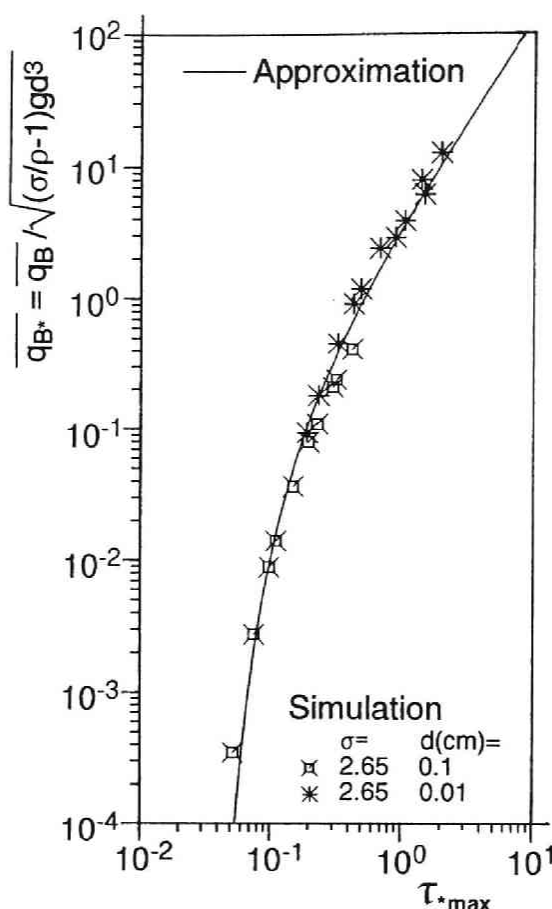


Fig. 2.29 シミュレーションによる半周期漂砂量

で良好に近似できる。ここで対象としたのは一方向流速が振動流の流速振幅を上回ることはない場合であり、このような場合、砂粒子の移動を主として支配するのは振動流の挙動であるため、一方向流速強度の多少の変化は moving period に対してそれほど影響を及ぼさないと考えられる。

Fig. 2.28 に流砂量の時間変化を示す。掃流力の大きさの影響を [A] に、一方向流の強度の影響を [B] に示している。pick-up rate の場合とは対照的に、立ち上がり部分が緩やかで、ピークを過ぎた後急速に減少する傾向が全てのケースに共通して見られる。pick-up rate の際にそうであったように、一方向流速の変化が分布形状に与える影響が意外に小さく、一方向流の影響は流砂量分布の裾を広げることのみに限定され、分布自体を大きく変化させることはない。

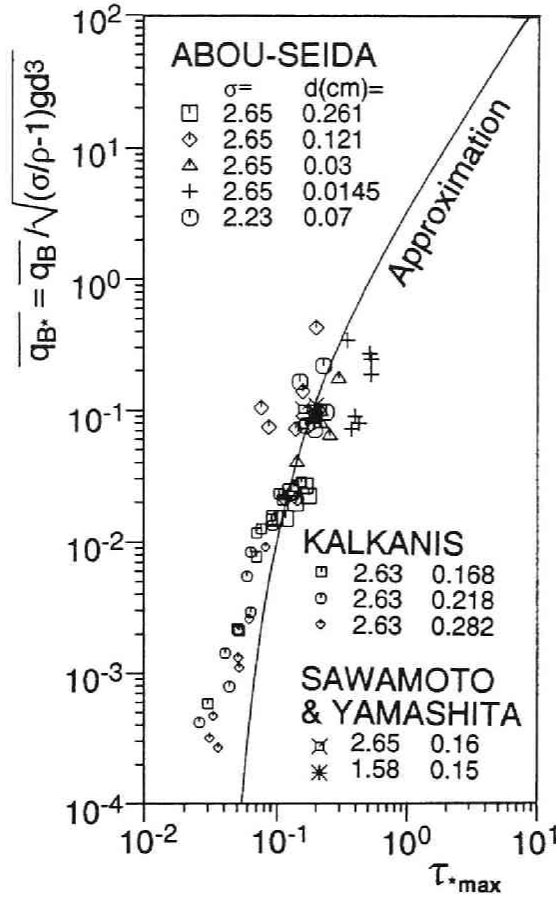


Fig. 2.30 シミュレーションによる半周期漂砂量—実験値との比較

### 2.7.2 半周期流砂量とnetの流砂量

これまででは、1周期内の流砂量の変化を論じてきたが、実用的な面からは、半周期平均流砂（漂砂）量およびnetの流砂（漂砂）量の把握も重要である。Fig. 2.29 は、シミュレーションにより推定されたmoving periodの確率密度関数を用いて、式(2.7)で与えられる流砂量の時間変化を積分することにより求めた掃流力の最大値 $\tau_{*max}$ に対する半周期平均流砂量の変化を示している。シミュレーション結果は、次式で良好に近似される。

$$\overline{q_B} = \frac{\overline{q_B}}{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd^3}} = 4.0 \tau_{*}^{3/2} \left(1 - \frac{\tau_{*c0}}{\tau_{*}}\right)^{m_B} ; \quad m_B = 6.0 \quad (2.69)$$

Fig. 2.30 は、シミュレーションデータと Abou-Seida<sup>30)</sup>、Kalkanis<sup>31)</sup> および沢本・山下<sup>14)</sup> による

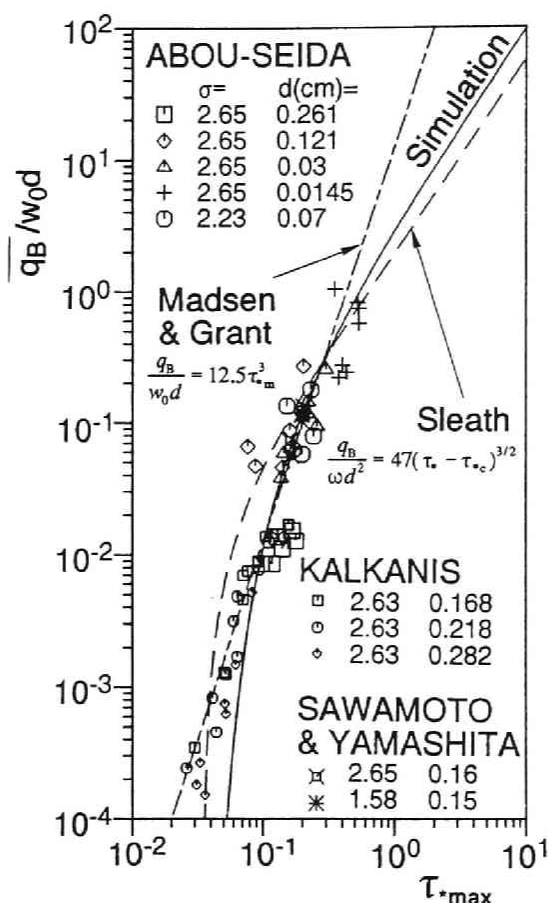


Fig. 2.31 シミュレーションによる半周期漂砂量—既存の漂砂量式との比較

実験結果 (Abou-Seida, Kalkanis のデータの中にはシートフロー状態で移動する場合も含まれているが、沢本・山下と同様に、シートフロー状態のデータを省いてプロットしている) を示したものであるが、式 (2.69) は実験結果と良く一致している。式 (2.69) によると、 $\tau_{*max}$  が大きい領域では流砂量は  $\tau_{*max}$  の  $2/3$  乗に比例することとなり、Meyer-Peter-Müller<sup>32)</sup>、Sleath<sup>12)</sup> の式と同じ勾配となる。

次に、漂砂量式によく用いられる無次元表示  $\bar{q}_B / w_0 d$  ( $w_0$ : 砂粒子の沈降速度) を用いて式 (2.69) を表示し、Madsen-Grant<sup>34)</sup>、Sleath<sup>12)</sup> の漂砂量式および既存の実験値とともにプロットしたのが、Fig. 2.31 である。Sleath は漂砂量の無次元表示として、 $\bar{q}_B / w_0 d^2$  を採用しており、時間スケールとして振動周期を採っているため、無次元表示  $\bar{q}_B / w_0 d$  に換算するには振動周期と砂粒径を与える必要がある。ここではシミュレーションで設定した振動周期  $T=1.0$  秒を用い、粒径  $d=0.1\text{cm}$  の砂粒子を対象としたときの Sleath の流砂量式を無次元表示  $\bar{q}_B / w_0 d$  に換算したものを表示している。なお、シミュレーシ

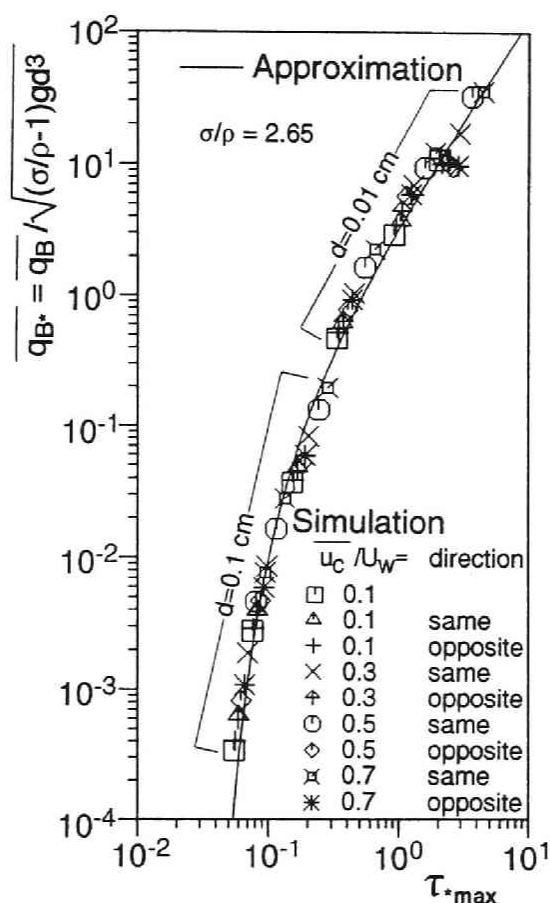


Fig. 2.32 振動流・一方向流共存場における半周期平均漂砂量

ヨンの振動周期は、Sleath の実験の振動周期の範囲 ( $0.51 < T < 2.47$ ) を考慮に入れて決定し、粒径は既存の実験値の範囲を参考に設定した。また、式 (2.69) の換算に当たっては、無次元表示  $\overline{q_B^*}$  と  $\overline{q_B}/w_0 d$  が以下の関係で結び付けられているものとした。

$$\frac{\overline{q_B}}{w_0 d} = \overline{q_B^*} \cdot \sqrt{\frac{4C_D}{3}} \quad (2.70)$$

$$C_D = \frac{24}{R_e} + 0.4 \quad ; \quad R_e = \frac{u_c d}{\nu} \quad (2.71)$$

Fig. 2.31 を見ると、データのばらつきを考慮に入れば、いずれの漂砂量式もほぼ良好に既存のデータを説明しているものと考えられる。

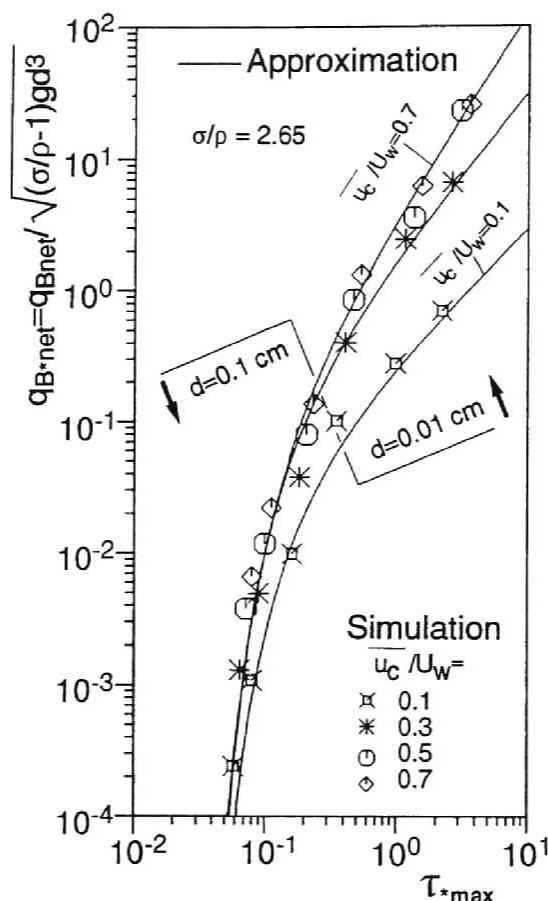
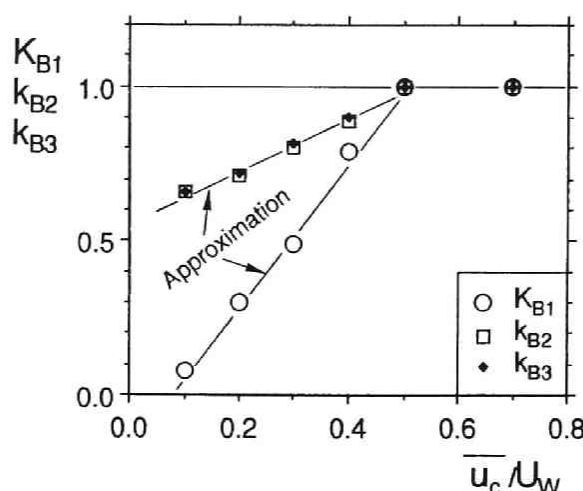


Fig. 2.33 振動流・一方向流共存場における net の漂砂量

本シミュレーションで想定した砂粒子の移動機構が延長できる領域においては、シミュレーション結果の近似式は単なる近似式ではなく、力学的機構に裏付けられた表現であると言える。掃流力の大きい領域では本シミュレーション結果から流砂量が  $\tau_{*max}$  の  $2/3$  乗に比例するという結果が得られ、Sleath の式の妥当性が確認された。ただし Sleath の式は、粒径、振動周期に応じて変化するもので、あまり便利な表現ではない。時間スケールとして砂粒子固有のスケールである沈降速度と粒径の比を用いていることを考慮すると、式 (2.69) の表現の方が好ましいと言える。

さらに、一方向流の影響を見るため、掃流力の振幅が一定の流れで、一方向流速と流速振幅の比  $\bar{u}_c/U_w$  を変化させてシミュレーションを実施して得られた半周期平均流砂量を Fig. 2.32 に示す。図中の曲線は、式 (2.69) である。なお、流速振幅の変化の幅を余り大きく取らずに掃流力を広範囲に変化させるため、砂粒径を変化させ2種類の砂粒子について計算した。掃流力が大きくない領域では、一方向流

Fig. 2.34 補正係数  $K_{B1}$ ,  $k_{B2}$ ,  $k_{B3}$ 

の影響は小さく、式 (2.69) が一方向流の有無に関わらず有効であるが、 $\tau_{*max}=4.0$  付近になると一方向流と逆向きの振動が生じる際の流砂量に近似式とのずれが有意になり始める。

振動流・一方向流共存場において流砂量を推定の便宜を考えると、掃流力の最大値  $\tau_{*max}$  と、一方向流速と流速振幅の比  $\bar{u}_c/U_w$  を既知として net の流砂量が計算できる表現が望ましい。そこで、Fig. 2.32 のデータを整理して、 $\bar{u}_c/U_w$  をパラメータとして net の流砂量をプロットしたのが、Fig. 2.33 である。 $\bar{u}_c/U_w$  が 0.5 以上になると、一方向流と逆向きの振動が生じるとき（以下、「逆流」と呼ぶ）の流砂量が十分に小さいため、一方向流と同じ向きの振動が生じるとき（以下、「順流」と呼ぶ）の流砂量が net の流砂量を支配する。したがって、底面せん断力の最大値が適切に評価されれば、net の流砂量は順流時の流砂量のみで近似され、ほぼ同一の式で表現できる。ところが、一方向流の流速が小さくなるにつれ、順流時の流砂量と逆流時の流砂量との差が小さくなり、逆流時の流砂量が順流時の流砂量に比べて無視できなくなって、net の流砂量も減少する。この効果は  $\bar{u}_c/U_w$  が 0.5 以下の領域で顕著に出現する。この影響を補正係数  $K_{B1}$ ,  $k_{B2}$ ,  $k_{B3}$  を導入して考慮し、次式で示す関数形でシミュレーション結果を近似して、Fig. 2.33 中実線で示した。

$$q_{B*net} = 4K_{B1}\tau_*^{(3/2)k_{B2}} \left(1 - \frac{k_2\tau_{*c0}}{\tau_*}\right)^{k_{B3}m_B} \quad (2.72)$$

式中の補正係数と  $\bar{u}_c/U_w$  の関係について調べたのが、Fig. 3.34 で、この結果は次式で近似できる。

$$K_{B1} = 2.31 \left(\frac{\bar{u}_c}{U_w}\right) - 0.168 \quad (2.73)$$



$$k_{B2} = k_{B3} = 0.85 \left( \frac{\bar{u}_c}{U_w} \right) + 0.56 \quad (2.74)$$

以上のようにして  $\bar{u}_c/U_w$  に対する補正係数を求め、式(2.72)に代入すれば、net の流砂量が評価され、掃流力の最大値  $\tau_{*max}$  と、一方向流速と流速振幅の比  $\bar{u}_c/U_w$  を既知として net の流砂量の算定が可能となる。

## 2.8 結語

この章では、時間軸上に展開された非平衡性掃流砂過程を重畳積分形式の非平衡流砂モデルを用いて定式化し、モデルの構成要素である pick-up rate と moving period について、掃流粒子の運動の確率論的側面を重視した数値シミュレーションにより検討した。確率論的モデルを組み込んだシミュレーションモデルによると、決定論的モデルでは十分に説明することのできなかった流砂量や deposit rate の時間変化特性が良好に説明され、時間軸上の非平衡性を論じる際の確率論的モデルの有用性が確認された。

本研究で得られた主要な結果を要約すると以下のとおりである。

(1) 時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程（空間的には一様で、時間的に非定常な場合の掃流砂過程）は、pick-up rate と moving period を構成要素とする重畳積分形式の流砂モデルで記述される。流砂量式については、時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程には砂粒子の移動速度が構成要素として導入され、空間軸上に展開された非平衡掃流砂過程（空間的に非一様・時間的に定常な場合の掃流砂過程）の場合と若干異なった表現となるが、deposit rate 式については、空間軸上に展開された非平衡掃流砂過程と時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程とは同様の形式で表現され、前者の step length が後者の moving period に対応している。

(2) 空間軸上に展開された非平衡掃流砂過程をシステム論的に認識した中川・辻本<sup>7)</sup>モデルと同様の表現を用いると、時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程は、pick-up rate を入力・掃流砂量を出力とするシステムとして理解される。このシステムの応答特性を規定するのが、moving period の確率密度関数である。

(3) 時空間上の非平衡掃流砂過程は、step length と moving period の結合確率密度関数により、その構造を規定される。

(4) 転動離脱の運動方程式を数値積分して流体力の変動を伴う場における砂粒子の挙動を追跡することにより、限界掃流力付近の砂粒子の揺動 (rocking) の存在が確認された。このことは、これまでは観察結果として報告されるのみであった乱れによる rocking motion が、数値シミュレーションを通じて再現されたことを意味している。

(5) 上述のシミュレーションモデルを用いて抜け出し角の pick-up rate に与える影響を検討し、抜け出し角分布を考慮して算定された pick-up rate 式が、中川・辻本式<sup>7)</sup>とよく一致することを確認した。

(6) さらに、上述のシミュレーションモデルを、非定常性を伴う流れ場に適用し、加速度の効果が pick-up rate に与える影響をシミュレーション結果から検討して、加速度の効果を考慮した中川・辻本式の補正法を提案した。補正された中川・辻本式は、振動流・一方向流共存場における pick-up rate の実験結果を良好に説明し、補正法の有効性が示された。

(7) 滑動形式の運動方程式と突起との衝突・乗り越しモデルを用いて、掃流砂過程における砂粒子の運動についてのシミュレーションを実施して、非定常流れ場における砂粒子の運動特性を検討した。シミュレーションモデルを振動流・一方向流共存場における実験結果に適用し、moving period の平均値、標準偏差ともに実験結果との良好な一致を確認した。

(8) 次に、シミュレーションモデルを用いて moving period の確率密度関数を求め、その特性について検討した。シミュレーションによれば、実験では不可能であったサンプリング数の極めて少ない移動開始位相の確率密度関数の形状までも予測可能であり、全ての移動開始位相について同一の信頼性を有するデータを得ることができた。予測結果は、移動開始位相が遅くなるに従って決定論的に求められる moving period の周辺に分布が集中することを示しており、移動開始位相が遅くなるほど確率論的要因の影響が減少することが明らかとなった。

(9) シミュレーションから求められた moving period の確率密度関数を用いて、振動流・一方向流共存場における pick-up rate から deposit rate への変換過程を予測した。確率論的モデルによる予測結果は deposit rate の実験結果と良好に一致し、決定論的アプローチでは示すことのできない deposit rate の分布の広がりを良好に再現することが明らかとなった。

(10) さらに、シミュレーションから求められた確率密度関数を用いて、振動流・一方向流共存場における掃流砂量の時間変化を予測して、実験結果と比較し、極めて良好な一致を確認した。

(11) 次に、シミュレーションから求められた確率密度関数を用いて、沢本・山下による波動場における pick-up rate から deposit rate への変換過程の実験結果の再現を試み、良好な再現性を確認した。

(12) 振動流・一方向流共存場における流砂量式を得るため、振動流の流速振幅と一方向流速を種々に変化させてシミュレーションを行い、半周期平均掃流砂量のデータを収集して、半周期平均掃流砂量および net の掃流砂量の近似式を定式化した。本章で得られた掃流砂量式により、一方向流速が振動流の流速振幅を上回ることの無い範囲において、振動流・一方向流共存場における掃流砂量の評価が可能となった。

## 参 考 文 献

- 1) たとえば、中川博次・辻本哲郎：移動床流れの水理，土木学会新体系土木工学23，技報堂出版，310p., 1986.
- 2) Kalinske, A.A. : Movement of sediment as bed load in rivers, Trans. A.G.U., Vol.28, No. 4, pp.615-620, 1947.
- 3) Einstein, H.A. : The bed load function of sediment transportation in open channel flows, Tech.

- Bull., No.1026, USDA, Soil Conservation Service, p.78, 1950.
- 4) Bagnold, R.A. : An approach to the sediment transport problem from general physics, USGS Professional Paper, 422-J, pp.1-37, 1966.
- 5) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，pp.56-69, 1972.
- 6) Bagnold, R.A. : The flow of cohesionless grains in fluids, Philosophical Trans. Royal Soc. of London, Vol. 249, 1957.
- 7) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂礫の移動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第244号，pp.71-80, 1975.
- 8) 辻本哲郎・中川博次：掃流粒子の Saltation の確率過程論的解析，土木学会論文集，第345号，pp.83-90, 1984.
- 9) 関根正人・吉川秀夫：掃流砂の停止機構に関する研究，土木学会論文集，第309号，pp.105-112, 1988.
- 10) 江頭進治・芦田和男・高濱淳一郎・田野中 新：連続体モデルに基づく流砂量式の誘導，水工学論文集，第35巻，pp.441-446, 1991.
- 11) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T. : Sand bed instability due to bed load motion, Jour. Hydraul. Div., ASCE, Vol. 106, HY12, pp.2029-2051, 1980.
- 12) Sleath J.F.A. : Measurement of bed load in oscillatory flow, Jour. Waterways and Harbor Eng. Div., ASCE, vol.104, No.WW4, pp.291-307, 1978.
- 13) Shibayama, T. and Horokawa, K. : Bed load measurement and prediction of two-dimensional beach transformation, Coastal Eng. in Japan, vol.23, pp.179-190, 1980.
- 14) 沢本正樹・山下俊彦：波による半周期漂砂量，土木学会論文集，第363号，pp.195-204, 1985.
- 15) 辻本哲郎：変動する掃流力による掃流砂量変動の確率過程論的解析，土木学会論文集，第417号，pp.119-127, 1990.
- 16) Suszka, L. : Sediment transport at steady and unsteady flow; A laboratory study, Thesis for Dr.Technical Science, No.704, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, 1988.
- 17) 辻本哲郎・W.H. グラフ：流れの非定常性の掃流砂量への影響，第32回水理講演会論文集，pp.395-400, 1988.
- 18) 中川博次・辻本哲郎・後藤仁志：振動流・一方向流共存場での掃流過程の確率モデルに関する研究，京都大学防災研究所年報，第33号 B-2, pp.595-603, 1990.
- 19) Shields, A. : Anwendung der Ähnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Geschiebewegung, Mitteilung der Preuss, Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin, Heft 26, 1936.
- 20) 岩垣雄一：限界掃流力に関する流体力学的研究，土木学会論文集，第41号，pp.1-21, 1956.

- 21) Einstein, H.A. : Formulas for the transportation of bed load, Trans. ASCE, Paper No.2140, pp.561-597, 1942.
- 22) Paintal, A.S. : Stochastic model of bed load transport, Jour.Hydraul. Res., IAHR, Vol. 9, No. 4, pp.527-554, 1971.
- 23) 中川博次・辻本哲郎・後藤仁志：非定常性を考慮した砂粒子の離脱過程のモデル化，水工学論文集，第35巻，pp.429-434，1991.
- 24) 土屋義人・三島豊秋・土田 充：飛砂の移動限界の理論，海岸工学論文集，第36巻，pp.344-348，1989.
- 25) 中川博次・辻本哲郎・細川泰廣：移動床における掃流砂れきの不規則運動性状について，京都大学防災研究所年報，第22号，B-2，pp.553-573，1978.
- 26) 辻本哲郎：掃流過程の確率モデルとその移動床問題への応用，京都大学学位論文，1978.
- 27) 土屋義人・上田康裕・大下哲則：漂砂の移動限界の理論，第31回海岸工学講演会論文集，pp.272-276，1984.
- 28) 灘岡和夫・入江 功・近藤隆道・寺崎賢次：重複波のもとでの砂移動のメカニズムについて，第30回海岸工学講演会論文集，pp.209-213，1983.
- 29) 田中 仁：波・流れ共存場における底面摩擦係数の陽形式近似式，土木学会論文集，pp.285-288，1990.
- 30) Abou-Seida, M. M. : Bed load function due to wave action, Univ. of Cal. Berkeley, Hydraulic Engineering Lab. Rep. HEL-2-11, 1965.
- 31) Kalkanis, G. : Transportation of bed material due to wave action, U.S. Army, Corps of Engineers, CERC, Tech. Memo No.2, 1964.
- 32) Meyer-Peter, E. and Müller, R. : Formula for bed-load transport, Proc. 2nd IAHR Congr., Stockholm, pp.39-64, 1984.
- 33) Madsen, O.S. and Grant, W.D. : Sediment transport in the coastal environment, Rep. No.209, Ralph M. Parsons Laboratory, M.I.T., 1976.

## 記 号 表

本章で用いた記号を以下に列挙する。

$A_2, A_3$	= 砂粒子の2次元・3次元形状係数
$B_2, B_3$	= 加速度の効果を考慮した pick-up rate 式の補正係数の近似式中の定数
$B_M$	= 平均 moving period の近似式中の定数
$B_*$	= 河床突起との衝突に伴う砂粒子速度の変換式の定数
$C_M$	= 付加質量係数

$C_D, C_L$	= 抗力係数・揚力係数
$d$	= 砂粒径
$f_B(\xi x)$	= 位置 $x$ から移動を開始した砂粒子の step length の確率密度関数
$f_{B1}(\theta)$	= 抜け出し角の確率密度関数
$f_T(\xi t)$	= 時刻 $t$ に移動開始した砂粒子の moving period の確率密度関数
$f_{TX}(\xi, \tau x, t)$	= 時刻 $t$ , 位置 $x$ において移動開始した砂粒子の moving period と step length の結合確率密度関数
$f_H(\Delta)$	= 河床突起の高さの確率密度関数
$f_T(\lambda/\tau x, t)$	= 時刻 $t$ , 位置 $x$ において移動開始した砂粒子が時間 $\tau$ で距離 $\lambda$ だけ移動したときの移動速度の確率密度関数
$f_X(\xi)$	= 河床突起間隔の確率密度関数
$f_{XT}(\xi, \tau x, t)$	= 時刻 $t$ , 位置 $x$ において移動開始した砂粒子の moving period と step length の結合確率密度関数
$F_0$	= pick-up rate 式の経験定数
$F_{0m}$	= 比重の効果を考慮して補正された pick-up rate 式の経験定数
$F_D$	= 抗力
$F_f$	= 離脱過程にある粒子とその下流側の砂粒子の間に作用する摩擦力
$F_L$	= 揚力
$g$	= 重力加速度
$g_{TX}(\lambda \tau, x, t)$	= 時刻 $t$ , 位置 $x$ において移動開始した砂粒子が時間 $\tau$ 移動したときの移動距離が $\lambda$ である確率密度関数
$g_{XT}(\tau \lambda, x, t)$	= 時刻 $t$ , 位置 $x$ において移動開始した砂粒子が距離 $\lambda$ 移動したときの移動時間が $\tau$ である確率密度関数
$G_X(\lambda x)$	= step length の超過確率関数
$h(u_{out} u_{in})$	= 河床突起との衝突に伴う砂粒子速度の推移確率
$I_G$	= 砂粒子の慣性モーメント
$k$	= 砂粒子の重心に関する回転半径
$k_2, k_3$	= 加速度の効果を表す pick-up rate 式の補正係数
$k_{AOE1}(\beta), k_{AOE2}(\beta)$	= 抜け出し角の効果を表す pick-up rate 式の補正係数
$k_d$	= pick-up rate 算定に関する経験定数
$k_s$	= 等価砂粗度
$K_B$	= 非平衡流砂量式の定数
$K_{B1}, k_{B2}, k_{B3}$	= 一方向流速の強度を表す net の掃流砂量式の補正係数
$m$	= pick-up rate 式の経験定数
$m_B$	= 半周期平均流砂量式の定数

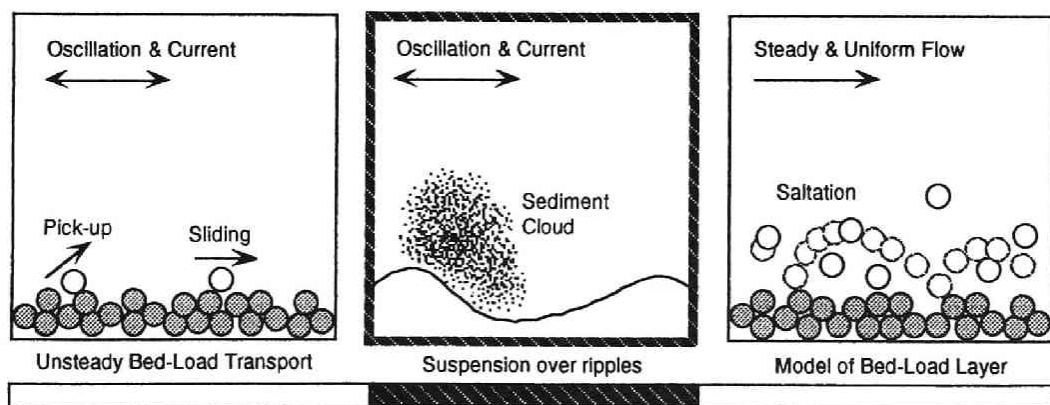
$M$	= 砂粒子の仮想質量
$R_{e*}$	= 砂粒 Reynolds 数
$t_*$	= 無次元時間スケール
$T$	= 振動流の周期
$T_d$	= 1 個の砂粒子の離脱に要する時間
$T_m$	= 平均 moving period
$u$	= 底面近傍の局所流速
$\bar{u}_c$	= 一方向流の流速
$u_*$	= 摩擦速度
$u_{*c}$	= 移動限界摩擦速度
$u_{*cr}$	= 一方向流による摩擦速度
$u_{*w}$	= 振動流による摩擦速度
$u_g(\tau   t)$	= 時刻 $t$ に河床を離脱した砂粒子が時間 $\tau$ 移動したときの移動速度
$u_g(\lambda, \zeta   x, t)$	= 時刻 $t$ , 位置 $x$ において移動開始した砂粒子が時間 $\zeta$ で距離 $\lambda$ だけ移動したときの移動速度
$\bar{u}_g$	= 砂粒子の平均移動速度
$u_{in}, u_{in*}$	= 河床突起との衝突直前の砂粒子の移動速度とその無次元型
$u_{out}, u_{out*}$	= 河床突起との衝突直後の砂粒子の移動速度とその無次元型
$u_p$	= 砂粒子の移動速度
$u_{peq}$	= 砂粒子の平衡移動速度
$U_T(\tau   t)$	= 時間軸上に展開された掃流過程の impulse 応答
$U_w$	= 流速振幅
$P_0$	= 河床構成粒子に対する離脱対象粒子の割合
$p_s(x), p_s(t)$	= 空間軸上・時間軸上における pick-up rate
$p_s(x, t)$	= 時空間軸上における pick-up rate
$p_d(x), p_d(t)$	= 空間軸上・時間軸上における deposit rate
$p_d(x, t)$	= 時空間軸上における deposit rate
$q_B(x), q_B(t)$	= 局所・瞬間掃流砂量
$q_B(x, t)$	= 時空間軸上における掃流砂量
$\bar{q}_B, \bar{q}_B^*$	= 半周期平均流砂量とその無次元型
$q_{B*net}$	= net の掃流砂量
$w_0$	= 砂粒子の沈降速度
$W$	= 砂粒子の水中重量
$x$	= 流下方向の座標軸
$x_p$	= 砂粒子の移動過程の流下方向の座標軸

$X$	= 河床突起の分布間隔
$\alpha$	= 等価砂粗度と砂粒径の比
$\alpha_x$	= 河床突起間隔の変動係数
$\alpha_{up}$	= 砂粒子の平衡移動速度の補正係数
$\alpha_{c2}, \alpha_{c3}$	= 加速度の効果を考慮した pick-up rate 式の補正係数の近似式中の定数
$\beta$	= 抜け出し角
$\beta_1$	= 砂粒子の突起との非弾性衝突を表す補正係数
$\beta_{up}$	= 砂粒子の平衡移動速度の補正係数
$\beta_{c2}, \beta_{c3}$	= 加速度の効果を考慮した pick-up rate 式の補正係数の近似式中の定数
$\Gamma_{c2}, \Gamma_{c3}$	= 加速度の効果を考慮した pick-up rate 式の補正係数の近似式中の定数
$\Delta, \Delta_*$	= 河床突起の高さとその無次元型
$\Delta_{*c}$	= 離脱限界に相当する河床突起の高さ
$\varepsilon, \varepsilon_0$	= 離脱過程にある砂粒子と離脱前の砂粒子の遮蔽係数
$\eta, \eta_0$	= 摩擦速度とせん断力の変動係数
$\theta$	= 離脱中の砂粒子の回転角
$\kappa$	= Karman 定数
$\Lambda$	= 平均 step length
$\mu, \mu_{f0}$	= 静止摩擦係数と動摩擦係数
$\nu$	= 渦動粘性係数
$\Xi_M$	= moving period の近似式中の定数
$\rho$	= 水の密度
$\sigma$	= 砂粒子の密度
$\sigma_{Tm}$	= moving period の標準偏差
$\tau_*$	= 無次元掃流力
$\tau_{*c0}$	= 定常流における無次元限界掃流力
$\tau_{*m}$	= 振動流における無次元掃流力の最大値
$\chi$	= 砂粒 Reynolds 数の効果を表す補正係数
$\phi_p$	= 流速と摩擦速度の比
$\omega$	= 離脱中の砂粒子の角速度
$\omega_u$	= 振動流の角振動数

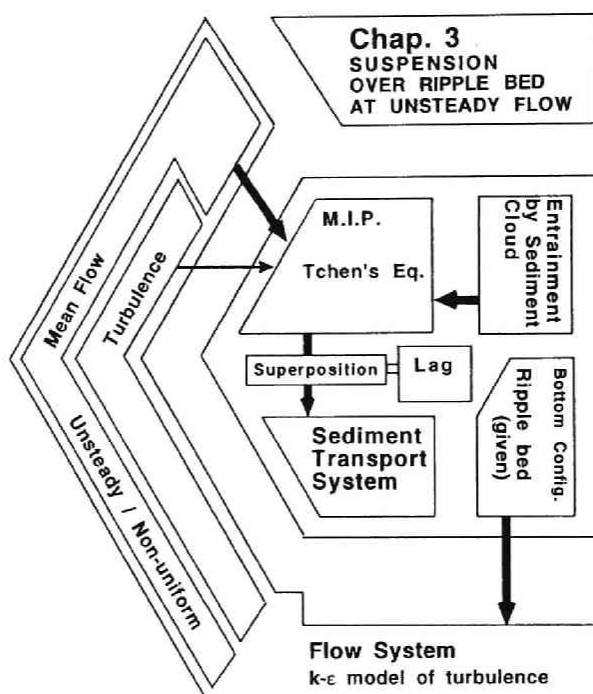
### 第3章

---

## 振動流・一方向流共存場における 砂漣上の浮遊過程に関する研究







## 3.1 概説

振動流場および波動場における砂漣上の浮遊過程においては、浮遊砂雲が極めて重要な役割を果たしており、浮遊砂雲の挙動の理解が浮遊過程の理解の鍵である。このことは、従来からよく知られるところであり、実験を通じて浮遊砂雲の挙動を理解しようとする試みや浮遊砂雲の特性を取り込んだ浮遊過程のモデル化などのアプローチが行われている。本節では、浮遊砂雲の取扱いの観点から従来の研究経緯を概観し、本研究の位置づけと意義を明らかにする。

### 3.1.1 砂漣上の浮遊過程に関する従来の研究

砂村・坂東・堀川<sup>1)</sup>は、非対称砂漣上での底質の浮遊状態を16mmシネカメラで追跡し、岸向き流速時の砂漣背後に形成された剥離渦が砂粒子を取り込み、流速反転を機に浮遊砂雲として流れ場に放出されることを指摘した。沢本・山口<sup>2)</sup>も、流速反転時に砂漣背後から発生する渦の特性に注目し、可視化実験による把握を試みた。

このような可視化実験を通じて、振動流下における砂漣上の浮遊過程を特徴づける浮遊砂雲の存在が認識されるようになり、浮遊砂雲の挙動に基づいて浮遊過程をモデル化しようとする試みが始められた。砂村<sup>3)</sup>は、砂漣長の1.5倍を越えて沖向きに運ばれた砂粒子は再び岸向きには戻らず、netの浮遊砂量となるとの仮説に基づき漂砂量式を提案した。早川・多仁・涌井<sup>4)</sup>は、Stokesの第2近似解で砂漣上の流れ場を近似するとともに、一様乱数を導入して変動効果を加味し、浮遊粒子の運動を運動方程式により追跡した。早川らの研究は、各時刻における浮遊砂の分散半径が実験結果から決められていることなど、流れ場のモデル化に不十分な点があるが、Lagrange的な砂粒子の追跡により浮遊砂雲の土砂輸送能力を評価しようとしていることが注目される。沢本・山口<sup>5)</sup>は、砂漣上の流れ場を浮遊砂雲の作用の卓越した「渦層」と拡散現象が卓越した「拡散層」に分割し、周期平均乱れ強度および浮遊砂濃度の算定法を提案した。沢本らの研究は、周期平均モデルであること、渦層と拡散層の区分法が便宜的であることなどの問題はあがあるが、剥離渦に伴う浮遊砂雲について特別の取扱いを行っていることが、示唆的である。

砂漣上の浮遊過程を理解するには、流れ場の構造の把握が必要不可欠であるとの認識から、砂漣上の振動流境界層および波動境界層の実験的研究（例えば、榊山・三村・渡辺<sup>6)</sup>、佐藤・下迫・渡辺<sup>7)</sup>、池田・堀川・中村・野口<sup>8)</sup>）が行われるようになり、実験データが蓄積されるのと平行して、k-εモデルに代表される乱流モデルによる砂漣上の振動流境界層の数値シミュレーションが実施されるようになった（3.3節参照）。

数値シミュレーションにより流れ場の構造が詳細に計算できるようになると、Lagrange的な手法による浮遊粒子の運動の解析もそれだけ高精度なものとなる。佐藤・上原・渡辺<sup>9)</sup>は、渦度方程式を基礎式としたk-εモデルにより砂漣上の振動流境界層の数値シミュレーションを実施し、シミュレーションから評価された流れ場で、浮遊粒子の運動軌跡をモンテ・カルロ法を用いて追跡した。佐藤らは、1次元マールコフ過程モデルを用いることにより浮遊砂雲の挙動を模擬可能であるとしているが、シミュレーション

の時間スケールの決定法について検討すべき点が残されている。

モンテ・カルロシミュレーション以外の浮遊過程へのアプローチに、浮遊砂濃度の拡散方程式の数値解を求める方法がある。辻本・早川・市山・福嶋<sup>10)</sup>は、 $k-\epsilon$ モデルによる流れ場の方程式系と浮遊砂拡散方程式とを連立させて数値シミュレーションを行った。この手法の利点は、浮遊砂の支配方程式が拡散方程式として Euler 型で記述されているため、浮遊砂混入による流れ場の構造変化の取扱い（すなわち、流れ系と浮遊砂系とのカップリング）が容易なことであるが、濃度変化による乱流構造の変化の定式化については未だ確立されたモデルが存在せず、検討段階にあると言える。

従来の研究の特徴について、Table 3.1 にまとめる。

### 3.1.2 本研究の構成と意義

波動場および振動流場における砂漣上の浮遊過程は、[1] 流れ場の複雑さと [2] 流れ場の変化に対する浮遊粒子の応答遅れにより特徴づけられる。[2] はさらに [a] 浮遊砂雲による浮遊砂の生成過程と [b] 浮遊砂雲から解放された後の拡散過程とから成る階層的な構造を有するため、現象は一層複雑なものとなっている。沢本・山口<sup>5)</sup>の「渦層・拡散層」モデルは、このような階層構造の存在を周期平均的な立場からとらえたものと言うことができるが、非定常性が卓越した場での浮遊過程を扱うには、周期平均では不十分な面もある。さらに実際には、渦層から拡散層への遷移は徐々に生じるものであり、両層の境界として定義されるべき基準面の位置も明確なものとは言い難い。しかしながら、沢本らのモデルは、浮遊砂生成過程における浮遊砂雲の特殊な役割を抽出して表現している点で極めて示唆的である。

本研究では、沢本らの考え方を一般化して、浮遊砂雲を移動する拡散源としてとらえ、[a] 浮遊砂雲による浮遊砂の生成過程と [b] 浮遊砂雲から解放された後の拡散過程の2段階から成るシミュレーションモデルを構築する。

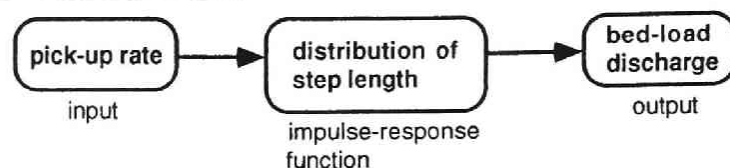
Fig. 3.1 は、掃流過程と浮遊過程についてシステム論的観点から比較したものである。掃流過程は、第2章でも述べたように、pick-up rateを入力、掃流砂量を出力、step length の確率密度関数を impulse 応答関数とするシステムとして記述される。これに対して、砂漣上の浮遊過程は、2段階の直列システムとして記述され、その第1段階が [a] 浮遊砂雲による浮遊砂の生成過程であり、第2段階が [b] 浮遊砂雲から解放された後の拡散過程である。第1段階は拡散源の分布が決定される段階で、浮遊砂雲による entrainment（掃流砂を取り込んだ砂漣背後の剥離渦の切り放しに伴う浮遊砂雲の発生）を入力、拡散源の時空間分布を出力、浮遊砂雲の移動過程を impulse 応答関数とするシステムである。第2段階は、第1段階の出力として与えられる拡散源の分布を入力とした拡散過程であり、浮遊砂の飛距離(excursion length)を impulse 応答関数とすれば、浮遊砂量を出力とするシステムとして記述される。ここでは、掃流砂の場合との比較の都合上、1次元の特性量である浮遊砂量を出力とした場合について示しているが、impulse 応答関数を飛距離と飛高を変数とする2次元の確率密度関数に拡張しさえすれば、濃度の鉛直分布も同様に議論できる。

Fig. 3.2 は、浮遊砂雲の介在する拡散過程について模式的に示したものである。ある時刻のある地点の濃度は、別の時刻に別の地点を出発した浮遊粒子が寄り集まって決定されるものであるから、流れ場と

Table 3.1 従来の研究の比較

	Sawamoto & Yamaguchi	Sunamura	Hayakawa et al.	Sato et al.
<b>Preciseness of the model</b>	#One cycle average	#One cycle average	#One cycle average	#Instantaneous
<b>Constitution of the model</b>	#Diffusion Model #Two layer Model constituted by "vortex layer" and "diffusion layer"	#Empirical equation of sediment transport #Assumption: Suspended particle which moves more than one and a half of ripple's length contributes to the net sediment discharge.	#Sediment transport model based on the quantitative model of sediment cloud's motion	#Numerical simulation of suspended particle #Motion of the sediment cloud is qualitatively simulated
<b>Time dependence of the sediment cloud</b>	#Not considered	#Not considered	#Considered by the stochastic simulation of sediment particle's motion	#Considered by the stochastic simulation of sediment particle's motion
<b>Model of the flow field</b>	#Potential flow model		#Analytical solution of mean flow #Characteristics of turbulence is estimated by the experimental result of the motion of the sediment cloud	#Statistical structure of turbulence is estimated by k-ε turbulent model #Time series of turbulence is simulated by the Monte Carlo method.

### Bed-Load Transport



### Suspended Load Transport

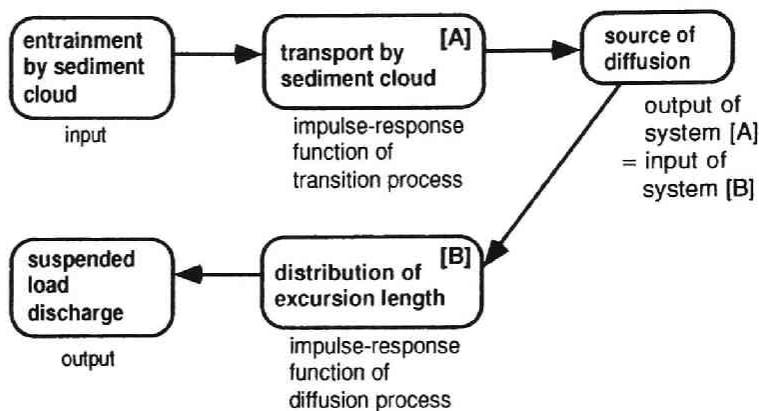


Fig . 3.1 掃流過程と浮遊過程のシステム論的相違

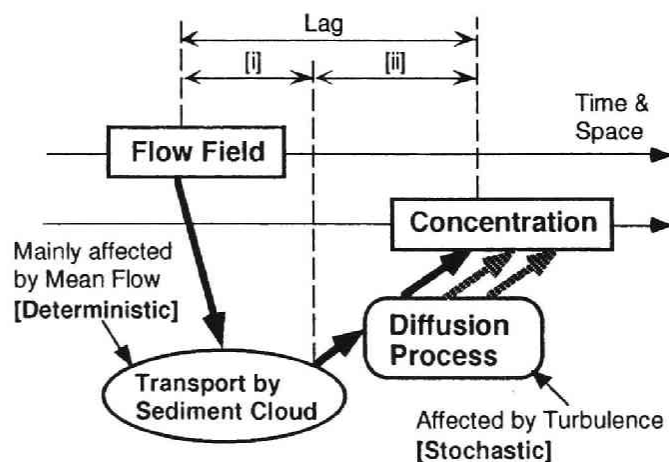


Fig . 3.2 拡散過程における浮遊砂雲の役割

濃度場には位相遅れが生じる。位相遅れを表現するにはシステム論的な解釈が有効である。先の2段階モデルによると位相遅れを規定するのは、[a] 浮遊砂雲による浮遊砂の生成過程と [b] 浮遊砂雲から解放された後の拡散過程であるが、[a] は主流速の変動に強く規定された決定論的側面の強い過程であるのに対して、[b] は流速の乱れの影響を受けた砂粒子の運動を特徴とする確率論的な過程であり、位相遅れの発生メカニズムは2つの過程で大きく異なっている。この様に、本モデルの特徴は、移動拡散源を有する拡散過程として浮遊過程を記述することにより、「渦層」から「拡散層」への緩やかな遷移を表現可能とした点にある。

浮遊砂の拡散過程を論じるには、[A] 拡散方程式を用いる Euler 的な手法と [B] 確率過程モデルによる Lagrange 的な手法とがある。[A] は砂粒子濃度を変数とした拡散方程式を解く方法であり、流れ場の支配方程式と同様の Euler 型の方程式で砂粒子の挙動が表現され、流れ場の方程式とのカップリングが容易であるため、よく用いられる。これに対して、[B] 確率過程モデルでは、与えられた流れ場の下で砂粒子の運動が Lagrange 的に追跡され、多数の砂粒子の移動軌跡が統計処理されて拡散過程の特性が検討される。[B] の方法は多くの計算量を要し、[A] の方法に比べて煩雑ではあるが、砂粒子の運動モデルとしては詳細であり、現象をより忠実に表現することができる。高濃度の浮遊砂流を取り扱うには、粒子混入による流れ構造の変化の取扱いが必須であるから、流れ系と浮遊砂系とのカップリングが容易な [A] の方法が有利であるが、濃度があまり高くない領域を扱う場合には、浮遊粒子混入による流れ系の構造変化はそれほど顕著でないものと期待されるから、どちらの手法も適用可能である。

本章では、[B] 確率過程モデルに基づく数値シミュレーションを用いて、拡散過程における砂粒子の運動の確率的特性についての検討を行うとともに、実用上の要請にも配慮して、近似的手法としての拡散方程式の適用性についても検討する。

## 3.2 振動流・一方向流共存場における砂漣上の浮遊過程に関する実験

本節では、振動流・一方向流共存場における砂漣上の浮遊過程に関する実験の概要について説明する。なお、本節の実験で得られるデータについては、以下の各節で随時参照され、シミュレーション結果と比較する形式で考察が加えられる。

### 3.2.1 実験装置と実験条件

#### (1) 実験装置

実験は、Fig. 3.3 に示すU字管式振動流装置を用いて行った。振動流装置には強制振動装置が連結されており、強制振動の周期をU字管の固有周期と一致させることにより、共鳴現象を利用してU字管が振動する際に生じるエネルギーの減衰を効率的に補填し、安定した振動を継続的に得ることが可能である。一方向流は、振動流装置の上下流端に設けられた流出入口を通じて電子制御されたポンプにより供給される。計測は水路中央の水平部 150cm の区間で行われ、計測区間の断面は高さ 20cm、幅 20cm である。な

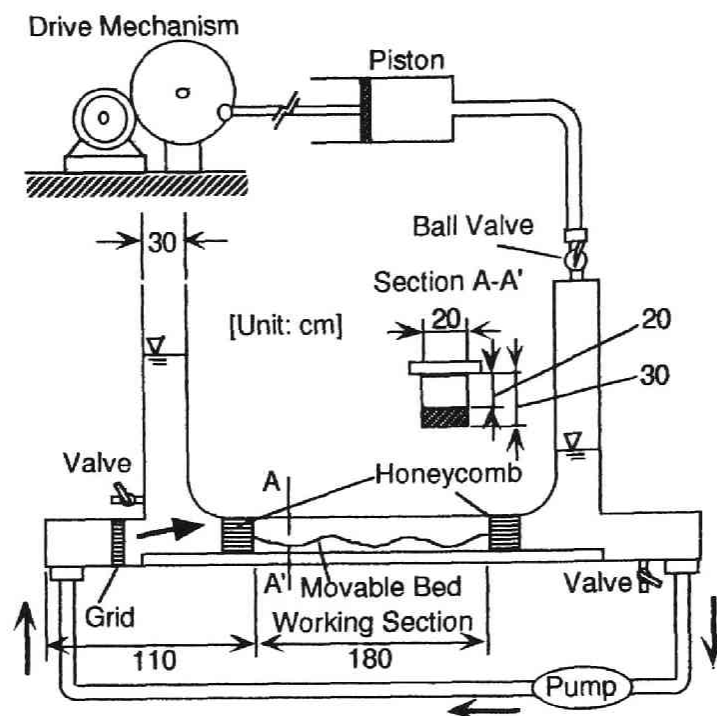


Fig. 3.3 U字管式振動流装置

お、振動流装置中央の水平部の上面は開閉可能となっている。

## (2) 実験条件

実験は、比重  $\sigma/\rho=2.65$ 、粒径  $d=0.26\text{mm}$  の自然砂を用いて行われた。

実験の目的は、浮遊砂雲の移動軌跡と浮遊砂濃度分布の把握にあるが、浮遊砂雲の移動経路等の特性は形成される砂漣形状に大きく依存するため、水理条件に対応した砂漣形状の把握が先決である。そこで、移動床条件で水理条件を種々に変化させて砂漣形状を測定し、実験条件を設定した。

ところで、砂漣上の波動場における net の漂砂量は流れ場の条件の僅かな変動に敏感に応答し、冲向き・岸向きの変化さえ生じることが知られている。柴山・堀川<sup>11)</sup> は、この net の漂砂量の方向逆転の原因は浮遊砂雲による土砂輸送にあるとした。また、八木・小川・首藤<sup>12)</sup> は、波が流れを遡上する場合における一方向流の流速変化に対する net の漂砂量の変化を調べて、水理条件によって流砂量の方向が変化することを示した。砂漣が十分に発達した動的平衡状態においては砂漣形状はほぼ一定となるので、砂漣の進行速度から net の流砂量を求めることができる。Fig. 3.4 は、砂漣の進行速度から評価した net の流砂量の一方流速に対する変化を示している。ここに、 $q_{T*}$ : 周期平均無次元全流砂量、 $u_c$ : 一方流速、 $U_w$ : 振動流の流速振幅である。一方流速があまり大きくない領域では、net の流砂量が一方流の向きと逆向きに生じているが、流れ場全体としては一方流の方向に移動しているはずであるから、net の流

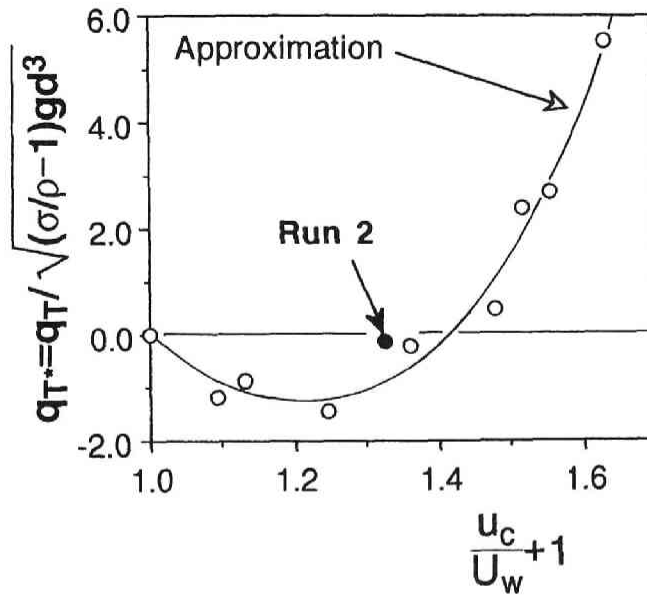


Fig. 3.4 一方向流の変化による net の流砂量の変化

Table 3.2 実験条件

	Run 1	Run 2
Period of oscillation T (s)	2.6	2.6
Amplitude of the mean velocity $U_w$ (cm/s)	15.5	19.0
Current velocity $u_c$ (cm/s)	0.0	6.2
Ripple wavelength $L_r$ (cm)	13.0	12.0
Ripple waveheight $H_r$ (cm)	2.4	2.1
Ripple steepness $H_r/L_r$	0.185	0.175
Ripple symmetry	symmetric	asymmetric
Propagating velocity of the ripple (cm/s)	0.0	-1.67

砂量と一方向流の方向が逆転するのは直感的には奇異に感じられる。この流砂の方向の逆転現象は、砂漣形状の非対称性に起因する流れ場の非対称性に加えて、浮遊砂雲が介在することにより低面近傍の土砂輸送が極めて複雑な様相を呈していることを反映したものと考えられる。



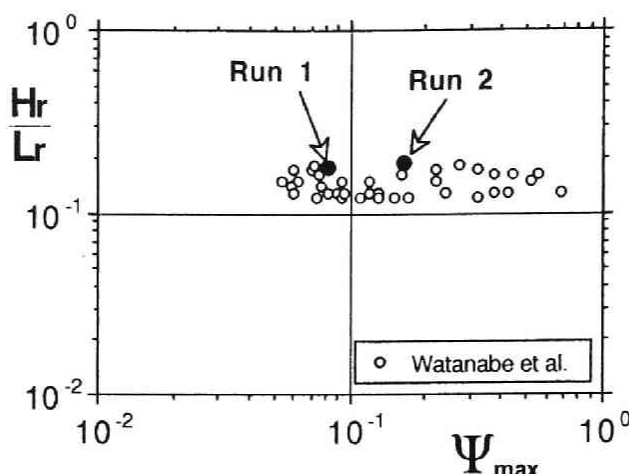


Fig. 3.5 Shields数と砂漣の波形勾配

そこで、Table 3.2 に示すように、net の流砂量がゼロである場合(Run1)、net の流砂量が一方向流の向きに生じる場合(Run2)の2 ケースに設定し、流砂量の逆転が生じる際の浮遊特性についての実験的把握を試みる。

### (3) 砂漣形状

実験条件の設定に際しては、移動床における予備的な実験から砂漣形状を決定しているため、砂漣形状の特性は所与の水理条件に適合したものとなっているが、既存の実験結果との対応を確認する意味で、渡辺・先灘・磯部<sup>13)</sup>による波・流れ共存場における砂漣形状の実験結果との比較を行った。Fig. 3.5 は、Shields 数の最大値  $\psi_{\max}$  と砂漣の波形勾配の関係を示したものであるが、渡辺らの実験データの示すように、Shields 数の最大値に対する波形勾配の依存性は低く、本研究の実験条件もほぼ既存のデータの範囲に入っている。Fig. 3.6 は、渡辺らによる2次元砂漣と3次元砂漣の領域区分図に本研究の実験条件をプロットしたものであるが( $d_0$ : 水粒子軌道直径)、本研究の実験条件が2次元砂漣の領域に入っていることが示されている。Fig. 3.7 は、砂漣形状の非対称性と流速の非対称性の関係をまとめたものであるが、本研究の実験条件は渡辺らの実験データとほぼ同程度の範囲に存在している。本研究では振動流・一方向流共存場を対称としているのに対して、渡辺らの実験は波・流れ共存場で行われたものであり、振動流と波動という場の相違があるが、砂漣形状に関してはほぼ良好な対応関係があるものと判断される。

## 3.2.2 実験の概要

### (1) 浮遊砂雲の移動軌跡

移動床上での浮遊砂雲の移動過程を水路側方に設置した CCD ビデオカメラにより撮影し、得られた画像から浮遊砂雲の中心を読み取って1/10 秒毎に平均化し、移動軌跡を決定した。一般に、浮遊砂雲は「雲」

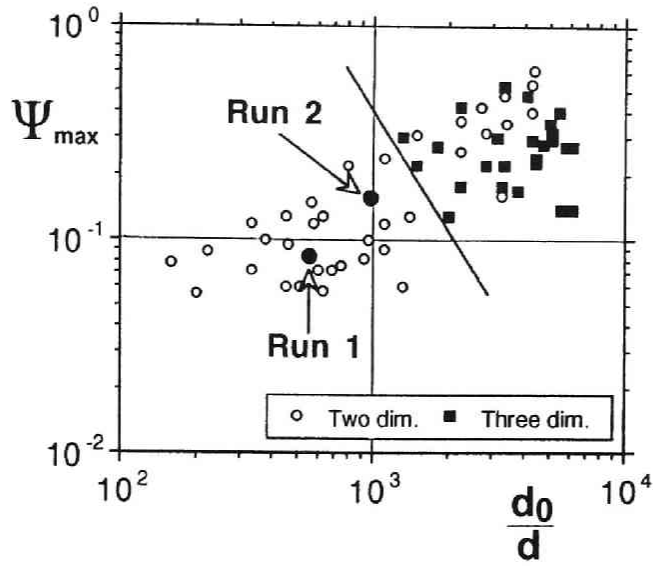


Fig. 3.6 2次元砂漣と3次元砂漣の領域区分

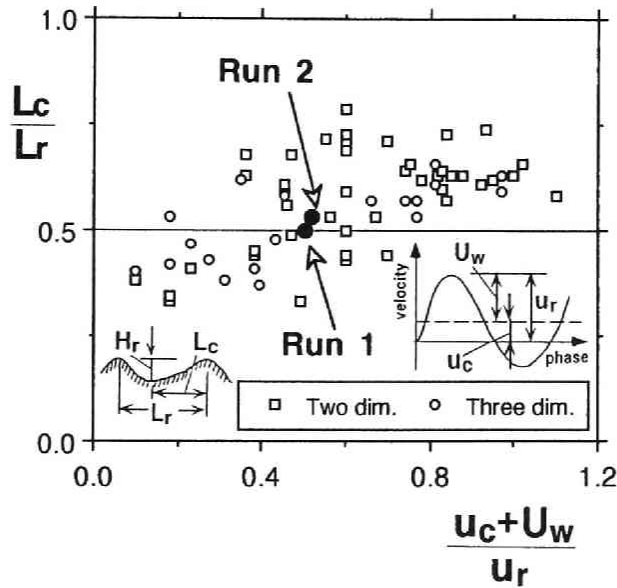


Fig. 3.7 砂漣形状の非対称性と流速の非対称性の関係

状の広がりを含め、境界面の定義は曖昧であるため、中心の位置についてもいくつかの定義が可能である。例えば、1] 分散範囲の幾何的な中心を浮遊砂雲の中心と定義することもできるし、2] 視覚的に判断して最も濃度の高い部分を中心と定義することも可能である。浮遊砂雲の分散範囲の定義が曖昧なのは、

実現現象の曖昧さを反映したものと言うことができる。すなわち、浮遊砂雲と周囲流体を分ける境界は明確なものではなく、境界付近ではランダムに運動する砂粒子と主流速に規定された運動をする砂粒子が混在しているのが実状である。従って、1] 分散範囲の幾何的な中心を浮遊砂雲の中心と定義することは、分散範囲決定に関わる必然的誤差を中心位置の決定にまで持ち込むこととなり好ましくない。これに対して 2]の方法は、浮遊砂雲中の浮遊砂分布の偏りの影響は受けるものの、分散範囲の誤差が中心位置の決定に与える影響は小さく、1]よりは好ましい方法と言える。

浮遊砂雲の中心の決定の問題が中心の定義自体の問題と不可分の関係にあることが、以上の議論で明らかとなったが、本章では、決定論と確率論の差異を用いて浮遊砂雲の中心を定義することにより、浮遊砂雲の中心の定義を明確なものとする。すなわち、浮遊砂雲の中心に「核」と成る部分の存在を仮定し、「核」の運動は完全に主流速にのみ規定され、「核」から出た砂粒子が乱れの影響を受けてランダムな運動を呈すると考えるのである。このような浮遊砂雲の中心の定義は 2]の方法に対応したものであることから、本章では 2]の方法により浮遊砂雲の中心を決定することとした。

## (2) 浮遊砂濃度の計測

水路中央の水平区間に長さ 80cm の移動床部を設け、底面近傍の浮遊砂雲の移動範囲を対象として、光学式濁度計を用いた浮遊砂濃度時系列の計測を実施した。Run 2 の場合には、一方向流の影響で砂漣が移動することから、計測位置は時間の経過とともに相対的に移動することとなり、得られる時系列は、1 測点を計測するのに要する時間中に砂漣が移動する距離にわたる空間平均に相当する。このような空間平均の影響を最小限に止めるため、サンプリング時間を 15 秒に設定して実験を行った。なお、Run 2 における 15 秒間の砂漣の移動距離は約 0.25mm である。

なお、濃度計測と同時に、U 字管鉛直部の水位変動を容量式波高計を用いて記録し、各測定位相を把握した。移動床実験で得られた砂漣形状に合わせて作成された模型砂漣上で 3mm の小型プロベラ流速計を用いて流速測定を実施し、流れ場の数値シミュレーションにおいて流速のクレスト断面での境界条件の評価に用いた。

## 3.3 乱流モデルによる砂漣上の振動流一方向流共存場の数値シミュレーション

砂漣上の流れ場は、時間的に非定常かつ空間的に非一様な場であり、その構造は極めて複雑であるが、砂漣上の浮遊過程を取り扱う上では流れ場の構造のできる限り正確な推定が必須であることから、これまでも実験・理論の両面から様々なアプローチが試みられてきた。計測面での流れ場の構造の詳細な把握が重要であることは言うまでもないが、砂粒子の運動に重点を置いた議論を展開するには流れ場の構造把握に多大の労力を投じることは困難であり、適切な精度と簡便さを有する流れ場のシミュレーションモデルが有効である。近年、計算環境が向上し、乱流モデルが広く用いられるようになり、波動場や振動流などの非定常流れにも  $k-\epsilon$  モデルなどの乱流モデルが適用され、実験結果と比較検討されて、その有効性が確認されるようになってきた。この節では、 $k-\epsilon$  乱流モデルによる流れ場の数値シミュレーションを砂漣

上の振動流・一方向流共存場に適用して、流れ場の構造を推定する。

### 3.3.1 流れ場の基礎方程式

#### (1) 振動流場に対する $k$ - $\varepsilon$ モデルの適用経緯

$k$ - $\varepsilon$  モデルは渦動粘性係数の時間変化を取り扱うことができるため、乱流構造が時間的に変化する流れ場に対してもその構造推定に有効であるものと期待される。このようなことから、 $k$ - $\varepsilon$  モデルを用いた平坦床上の振動流境界層の解析が行われるようになった(田中<sup>14)</sup>, Aydin・首藤<sup>15)</sup>, 浅野・五道・岩垣<sup>16)</sup>)。平坦河床上での有効性が示されると、砂漣上への適用が試みられるようになり、佐藤・上原・渡辺<sup>9)</sup>により、渦度方程式を基礎方程式とした  $k$ - $\varepsilon$  モデルの砂漣上の振動流境界層への適用が実施された。さらに、辻本・早川・市山・福岡<sup>10)</sup>は、定常流下のシミュレーションでよく用いられる Patankar<sup>17)</sup> のコントロール・ボリューム法により基礎方程式を離散化し、波動場における砂漣上流れの乱流構造の推定に対する  $k$ - $\varepsilon$  モデルの有効性を確認した。また、Pena-Santana・渡辺・磯部<sup>18)</sup>は、砂漣上の振動流境界層を対象に標準  $k$ - $\varepsilon$  モデル(高 Reynolds 数モデル)と低 Reynolds 数モデルによるシミュレーション結果を実験結果と比較し、砂漣背後の剥離渦の発生に対して標準  $k$ - $\varepsilon$  モデルが高い再現性を有することを示した。

ここでは、取扱いの容易さと定常流下で確認された高い信頼性に鑑み、標準  $k$ - $\varepsilon$  モデルを用いて砂漣上の振動流・一方向流共存場の構造を推定する。

#### (2) 基礎方程式

鉛直2次元デカルト座標系における流れ場の基礎方程式系は、連続式

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

運動方程式

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\Gamma \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \Gamma \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \Gamma \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left( 2\Gamma \frac{\partial V}{\partial y} \right) \quad (3.3)$$

乱れエネルギー  $k$  の輸送方程式

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} + G + \varepsilon \quad (3.4)$$

エネルギー逸散率  $\varepsilon$  の輸送方程式

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right\} + \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} G + C_{2\varepsilon} \varepsilon) \quad (3.5)$$

Table 3.3 k-εモデルの標準推奨値

$C_\mu$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

により構成される。ここに、 $\Gamma$ : 有効粘性係数、 $\nu_t$ : 渦動粘性係数、 $G$ : 乱れエネルギーの発生率であり、

$$\Gamma = \nu_t + \nu \quad ; \quad \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.6)$$

$$G = \nu_t \left[ 2 \left\{ \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (3.7)$$

で与えられる。ここに、 $x$ : 水平方向の座標軸、 $y$ : 鉛直方向の座標軸であり、 $U, V$ :  $x, y$  に対応する平均流速成分、 $P$ : 平均圧力、 $\rho$ : 水の密度である。

モデル化に伴う定数については、Table 3.3 の標準推奨値<sup>19)</sup>を用いることとする。

k-ε モデルの基礎方程式系は、Navier-Stokes の式に平均操作を施すことにより誘導されるが、定常流の場合の平均操作は統計乱流における長時間平均に相当し、その意味は明確である。ところで、非定常流には規則性を有する低周波の変動とランダムな高周波変動が含まれており、長時間の単純平均として平均値を定義したのでは定常流の場合と変動の持つ意味が異なってしまうものと考えられる。そこで、外部強制力に規定されるような低周波の規則的な変動を主流速（平均流速）の変動と定義し、平均流速の時間変化項を導入して基礎方程式を構成する。主流速の変動からの偏差としてランダム成分を定義すれば、ランダム成分は定常流の場合と同様の特性を有するものと期待される。このことより、定常流の場合と同様の基礎方程式とモデル定数を用いた非定常流のシミュレーションは妥当であると判断される。

### 3.3.2 砂漣上の直交曲線座標系における基礎方程式

#### (1) 砂漣上の直交曲線座標系

流れ場の解の精度を向上させるには、砂漣形状に沿った直交曲線座標系 $(\xi, \eta)$ の導入が必要となる。ここでは、沢本<sup>20)</sup>の対称砂漣に対する写像関数に非対称性の効果を加味した田中・首藤<sup>21)</sup>の方法と同様の関数形

$$\left. \begin{aligned} x &= \xi - H_r \sum_{j=1}^N a_{rj} \exp(-k_r j \eta) \sin(k_r j \xi + \theta_{rj}) \\ y &= \eta + H_r \sum_{j=1}^N a_{rj} \exp(-k_r j \eta) \cos(k_r j \xi + \theta_{rj}) \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

を用いることとする。ここに、 $H_r$ : 砂漣の波高、 $k_r$ : 砂漣の角波数 ( $=2\pi/L_r$ ,  $L_r$ : 波長) であり、 $a_{rj}$ ,  $\theta_{rj}$

Table 3.4 写像関数のパラメータ

	Run 1	Run 2
Ripple wavelength $L_r$ (cm)	13.0	12.0
Ripple waveheight $H_r$ (cm)	2.4	2.1
Ripple steepness $H_r/L_r$	0.185	0.175
Ripple symmetry	symmetric	asymmetric
$a_{r1}$	0.46	0.5
$a_{r2}$	-0.07	-0.08
$\theta_{r1}$	0.0	0.09
$\theta_{r2}$	0.0	0.6

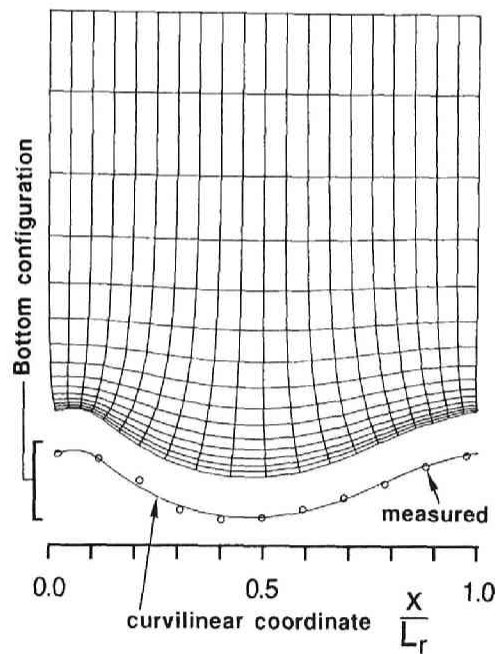


Fig. 3.8 砂漣形状と計算格子

を適切に選択することにより任意の砂漣形状を表現することが可能である。実験で得られた砂漣形状を表現するのに必要な  $a_{rj}$ ,  $\theta_{rj}$  の値を Table 3.4 に、測定された砂漣形状と式 (3.8) の比較と計算格子の例

Table 3.5 保存則型の基礎方程式のパラメータ

$\phi$	$\Gamma_\phi$	$S_\phi$
$U$	$\nu + \nu_t$	$S_U = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P}{\rho}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t \frac{\partial U}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_t \frac{\partial U}{\partial y}\right)$
$V$	$\nu + \nu_t$	$S_V = -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{P}{\rho}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t \frac{\partial V}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_t \frac{\partial V}{\partial y}\right)$
$k$	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}$	$S_k = G - \varepsilon$
$\varepsilon$	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$S_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{k}(C_{1\varepsilon}G - C_{2\varepsilon}\varepsilon)$

を Fig. 3.8 に示す。( $\xi, \eta$ ) 平面において、鉛直方向に 16 分割、水平方向に 21 分割した直交格子を配置し、鉛直方向については、底面から離れるにつれて徐々に密から粗になる不等間隔、水平方向は等間隔としている。( $\xi, \eta$ ) 平面における直交格子は、写像関数 (3.8) により砂漣形状に沿う座標系に変換され、Fig. 3.8 に表示されている。

## (2) 直交曲線座標系への変換

基礎方程式を、変数  $\phi$  を用いて保存則型で統一的に表示すると、

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(U\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(V\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) = S_\phi \quad (3.9)$$

となる。ここに、式中の  $\Gamma_\phi, S_\phi$  については、Table 3.5 のように書かれる。写像関数 (3.8) を用いて式 (3.9) を直交曲線座標系 ( $\xi, \eta$ ) に変換すると

$$h_1 h_2 \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}\left(h_2 U_{OR} \phi - \Gamma_\phi \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(h_1 V_{OR} \phi - \Gamma_\phi \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right) = h_1 h_2 S_{\phi(\xi, \eta)} \quad (3.10)$$

となる。ここに、 $U_{OR}, V_{OR}$  は、流速の  $\xi, \eta$  方向成分である。式中の  $h_1, h_2$  は、1 次基本量で

$$h_1 \equiv \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2} \quad ; \quad h_2 \equiv \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2} \quad (3.11)$$

Table 3.6 曲線座標系における保存則型の基礎方程式のパラメータ

$\phi$	$\Gamma_\phi$	$S_{\phi(\xi,\eta)}$
$U_{OR}$	$v + v_t$	$S_U = -\frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{1}{h_1^2} \frac{\partial v_t}{\partial \xi} \frac{\partial U_{OR}}{\partial \xi} + \frac{V_{OR}}{h_1^2 h_2} \frac{\partial v_t}{\partial \xi} \frac{\partial h_1}{\partial \eta}$ $+ \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial v_t}{\partial \eta} \frac{\partial V_{OR}}{\partial \xi} - \frac{U_{OR}}{h_1 h_2^2} \frac{\partial v_t}{\partial \xi} \frac{\partial h_1}{\partial \eta}$
$V_{OR}$	$v + v_t$	$S_V = -\frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial v_t}{\partial \xi} \frac{\partial U_{OR}}{\partial \eta} - \frac{V_{OR}}{h_1^2 h_2} \frac{\partial v_t}{\partial \xi} \frac{\partial h_2}{\partial \xi}$ $+ \frac{1}{h_2^2} \frac{\partial v_t}{\partial \eta} \frac{\partial V_{OR}}{\partial \eta} - \frac{U_{OR}}{h_1 h_2^2} \frac{\partial v_t}{\partial \eta} \frac{\partial h_2}{\partial \xi}$
$k$	$v + \frac{v_t}{\sigma_k}$	$S_k = G - \varepsilon$
$\varepsilon$	$v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon}$	$S_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} G - C_{2\varepsilon} \varepsilon)$

で与えられ、式中の $\Gamma_\phi, S_\phi(\xi, \eta)$ については、Table 3.6 のように書かれる。なお、 $(\xi, \eta)$ 系における乱れエネルギーの発生率は、

$$G = v_t \left[ 2 \left\{ \left( \frac{1}{h_1} \frac{\partial U_{OR}}{\partial \xi} + \frac{V_{OR}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{1}{h_2} \frac{\partial V_{OR}}{\partial \eta} + \frac{U_{OR}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right)^2 \right\} + \left( \frac{1}{h_2} \frac{\partial U_{OR}}{\partial \eta} - \frac{V_{OR}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{OR}}{\partial \xi} - \frac{U_{OR}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \right] \quad (3.12)$$

となる。式(3.8)を $\xi, \eta$ で微分すると

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \xi} &= \frac{\partial y}{\partial \eta} = 1 - H_r k_r \sum_{j=1}^N j a_{r_j} \exp(-k_r j \eta) \cos(k_r j \xi + \theta_{r_j}) \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} &= -\frac{\partial y}{\partial \xi} = H_r k_r \sum_{j=1}^N j a_{r_j} \exp(-k_r j \eta) \sin(k_r j \xi + \theta_{r_j}) \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$



が得られ、これを式 (3.11) に代入すると

$$h_1 = h_2 \equiv h_{fq} \quad (3.14)$$

となるから、砂漣上の直交曲線座標系における保存則型の基礎方程式は

$$h_{fq}^2 \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( h_{fq} U_{OR} \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( h_{fq} V_{OR} \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) = h_{fq}^2 S_{\phi}(\xi, \eta) \quad (3.15)$$

と書けることとなる。

### (3) 境界条件

底面境界においては、壁関数法を用いる。すなわち、第1格子点（壁面から最も近い格子点） $y_p$  で時間平均流速  $U_p$  に対して対数則

$$\frac{U_p}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y_p}{k_s} \right) + A_r \quad (3.16)$$

の成立を仮定する。ここに、 $u_*$ : 摩擦速度、 $\kappa(=0.41)$ : Karman 定数、 $k_s(=d)$ : 等価砂粗度、 $A_r=8.3$  である<sup>22)</sup>。乱れエネルギー  $k_p$  とエネルギー逸散率  $\varepsilon_p$  については、第1格子点における局所平衡性を仮定し、

$$\frac{k_p}{u_*^2} = \frac{1}{\sqrt{C_\mu}} = 3.33 \quad ; \quad \varepsilon_p = \frac{u_*^3}{\kappa y} \quad (3.17)$$

で与えることとする。上面境界( $y=y_{\max}$ )においては、軸対称条件

$$\left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{y=y_{\max}} = 0 \quad ; \quad \left. \frac{\partial k}{\partial y} \right|_{y=y_{\max}} = 0 \quad ; \quad \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right|_{y=y_{\max}} = 0 \quad (3.18)$$

の成立を仮定する。最後に側方境界については、流入境界で実験から求めた断面平均流速を与え、流量連続条件を満足するように流出境界の流速分布を補正しつつ、周期境界条件を課す。乱れエネルギーとエネルギー逸散率についても同様に、側方境界における周期境界条件の成立を仮定する。

基礎方程式は、差分スキームとしてハイブリッド・スキームを用いて、コントロール・ボリューム法により離散化された。離散化方程式は、Patankar and Spalding<sup>23)</sup> の SIMPLE(Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations)アルゴリズムを用い、Gosman<sup>24)</sup> の TEACHコードに準拠してコード化された。流速場の収束判定条件としては、1] 連続式の各 Cell における残差の絶対値の合計が主流方向の流量の1%以下となること、2]  $U, V$  に関する保存方程式の残差の絶対値が流入部における全運動量の1%以下になることの2つの条件を課すこととした。なお、コード化にあたっては、京都大学大型計算機センターのプログラム・ライブラリ：2方程式  $k-\varepsilon$  モデルを用いた2次元等温・非等温場での乱流解析コード（作成者：F.J.K. Ideriah, A.D. Gosman and W.M. Pun, 改訂者：武本行正）を参考にした。

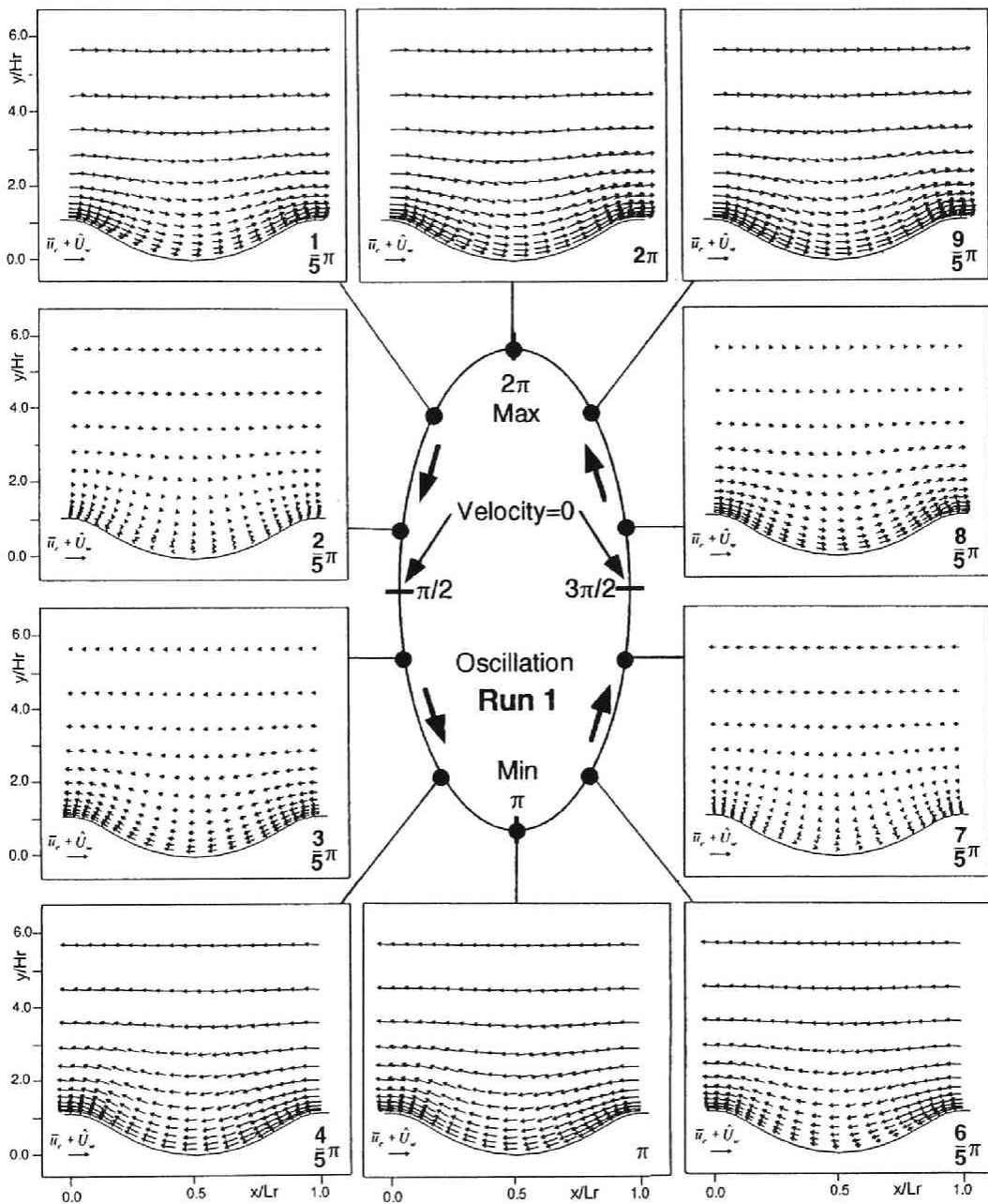


Fig. 3.9(a) 流速ベクトル (Run 1)

### 3.3.3 シミュレーション結果と考察

平均流速ベクトルの位相変化について Fig. 3.9 に示す。対称砂漣の場合 (Run 1) には、平均流速が減速に転じて暫く経過した位相  $(2/5)\pi$  における剥離渦の発生が確認される。平均流速が減速するにつれて

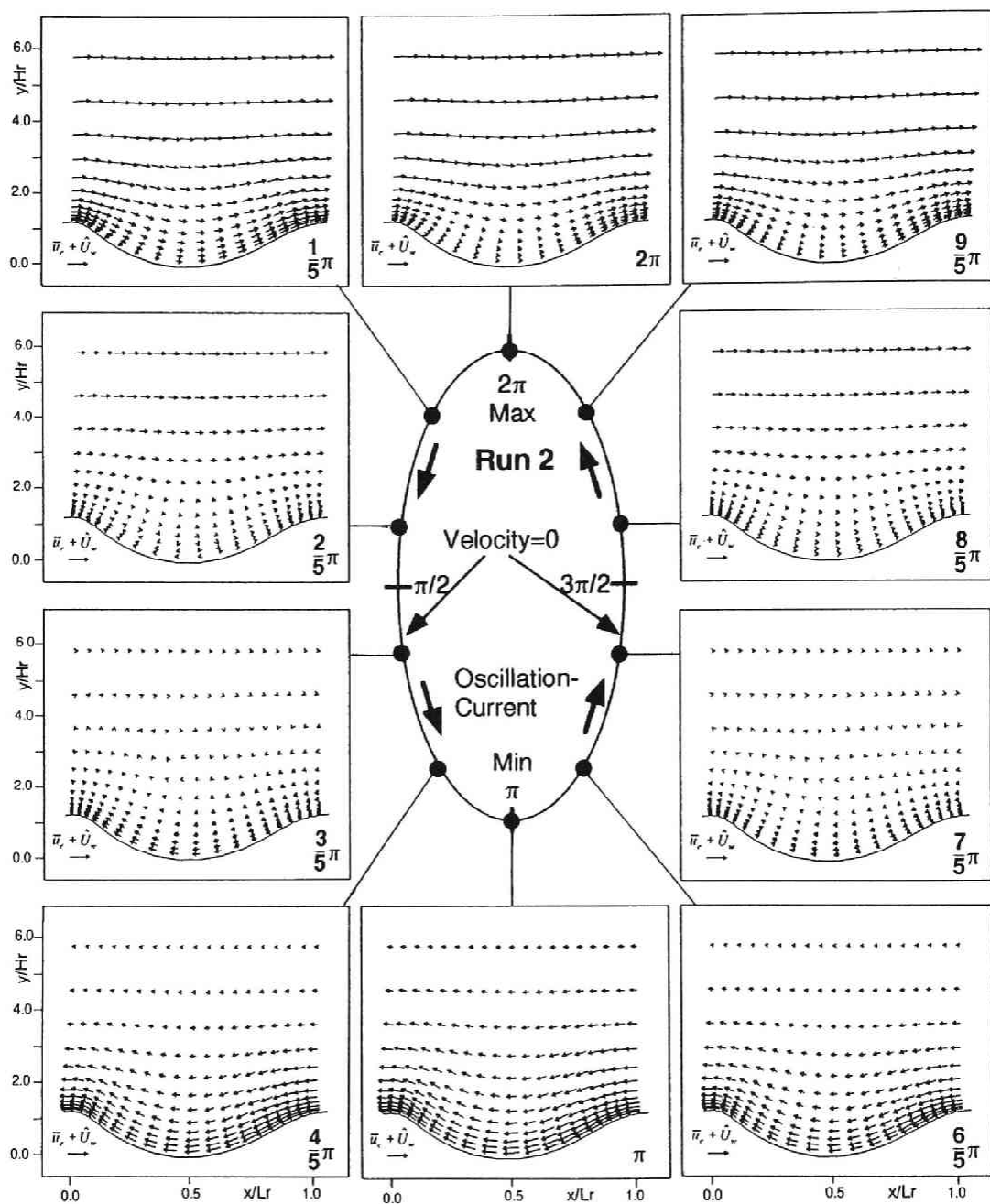


Fig. 3.9(b) 流速ベクトル (Run 2)

逆流域が拡大し、底面付近の流速場の転流が促進されて、流速の先走り現象が誘起される（位相  $(3/5)\pi$ ）。その後、流れ場が加速過程に入り、位相  $(3/5)\pi$  から  $\pi$  にかけて平均流速が底面流速に追いつき、場の一様化が促進される。位相  $\pi$  を過ぎると、再び減速過程に入り、位相  $(7/5)\pi$  において剥離渦が発生する。

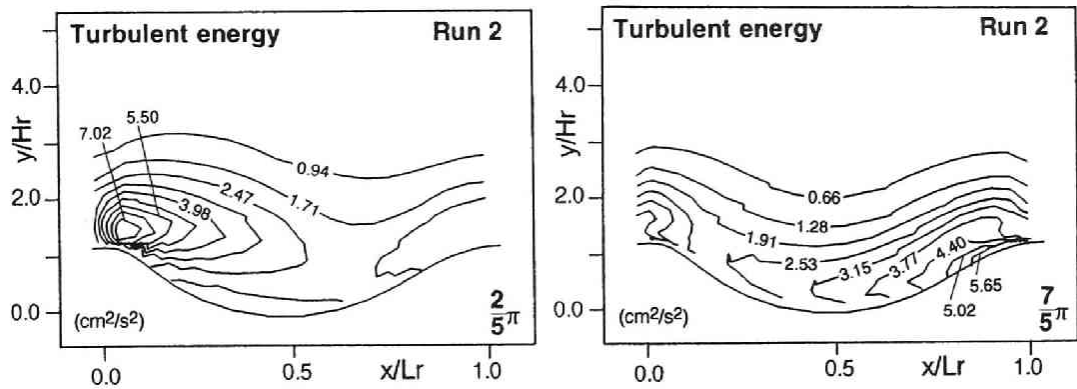


Fig. 3.10 乱れエネルギーの空間分布

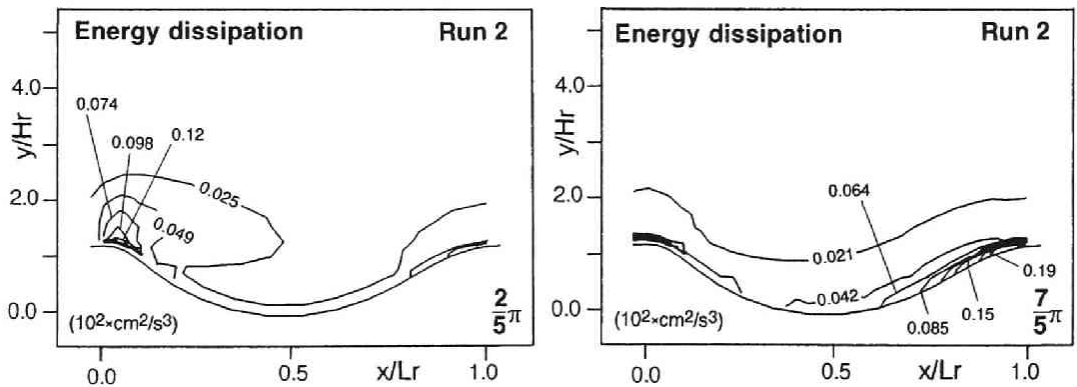


Fig. 3.11 エネルギー逸散率の空間分布

なお、対称砂漣であるため、位相が $\pi$ だけずれた流速場は相互に対称となっている。

次に、非対称砂漣の場合(Run 2)についても、Run 1と同様に平均流速が減速に転じて暫く経過した位相 $(2/5)\pi$ における剥離渦の発生が確認されるが、剥離域は、Run 2の場合が大きくなっている。このために、剥離に伴う逆流の発生に誘起される先走り現象もRun 1と比べて顕著となり、位相 $(3/5)\pi$ から $(6/5)\pi$ にかけての広範囲に及んでいる。さらに、砂漣形状の非対称性の影響で、緩斜面側では剥離が発生せず、このことが底面流速の先走りを助長する役割を果たしているものと推察される。

シミュレーションモデルの予測する乱流特性について、剥離渦の発生する位相 $(2/5)\pi$ および剥離渦発生から $\pi$ だけ経過した位相 $(7/5)\pi$ を対象に検討する。乱れエネルギーの空間分布についてFig. 3.10に示す。位相 $(2/5)\pi$ では、剥離せん断層の形成に伴い、剥離流線に沿って大きい乱れが発生している様子が模擬されている。これに対して、位相 $(7/5)\pi$ では、剥離が生じないために位相 $(2/5)\pi$ に見られたような顕著な高エネルギー域が存在しない。緩斜面側の頂部付近では、底面の境界形状の変化の影響で底面

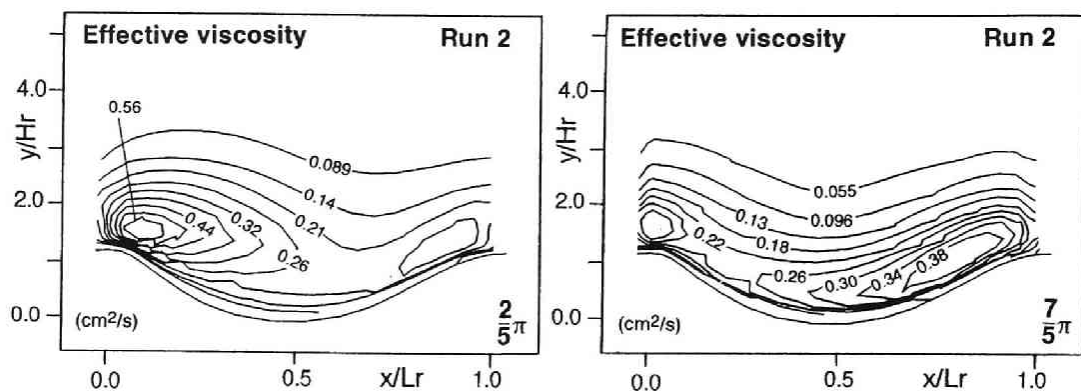


Fig. 3.12 有効粘性係数の空間分布

付近の流速勾配が大きくなり、高い乱れエネルギーが発生するが、急斜面を上につれて縮流による整流効果のために乱れエネルギーは減少する。急斜面側の頂部付近に達すると、再び底面の境界形状の変化の影響で底面付近の流速勾配が大きくなり、乱れエネルギーの2次的な高まりが発生する。位相  $(2/5)\pi$  と比べると、位相  $(7/5)\pi$  での高乱れエネルギー域は底面近傍に限定され、乱れエネルギーの等値線も比較的速やかに底面形状と平行な状態に移行する。

エネルギー逸散率の空間分布について Fig. 3.11 に、渦動粘性係数の空間分布について Fig. 3.12 に示す。両者とも、砂漣形状の非対称性に伴う剥離渦の発生の影響を受けて、乱れエネルギーとほぼ同様の推移傾向を示している。渦動粘性係数は乱流作用による運動量拡散を規定するパラメータであるが、時空間的非一様場である砂漣上の振動流・一方向流共存場においては、運動量拡散の空間分布のパターンも時間的に大きく変動していることをシミュレーション結果は示唆している。

### 3.4 浮遊砂雲の移動過程の数値シミュレーション

本研究では、浮遊過程を2段階に分割し、浮遊砂雲により連行される間の決定論的移動過程と浮遊砂雲から解放された後の確率論的移動過程を想定しているが、浮遊砂雲は雲状の浮遊砂の塊を意味する曖昧なもので、浮遊砂雲とその周囲流体とを明確に区分することは困難である。ここでは、浮遊砂雲の中心付近に「核」と成る部分の存在を想定し、「核」の運動は主流速の変動にのみ規定されて乱れの影響を受けないものと仮定して、「核」の移動過程を追跡する。追跡結果は可視化実験から得られた浮遊砂雲の中心の移動軌跡と比較され、仮説の妥当性が検討される。

#### 3.4.1 シミュレーションの方法

流体と浮遊粒子との混合物によって構成された球を浮遊砂雲の「核」と定義すると、その運動は運動方程

式

$$\rho \left( \frac{\sigma_{cl}}{\rho} + C_M \right) A_3 d_{cl}^3 \frac{d\mathbf{u}_{cl}}{dt} = -\frac{1}{2} C_D \rho A_2 d_{cl}^2 |\mathbf{u}_{cl} - \mathbf{u}_f| (\mathbf{u}_{cl} - \mathbf{u}_f) + \rho (1 + C_M) A_3 d_{cl}^3 \frac{d\mathbf{u}_f}{dt} - \rho \left( \frac{\sigma_{cl}}{\rho} - 1 \right) \mathbf{g} A_3 d_{cl}^3 \quad (3.19)$$

を数値積分することにより追跡される．ここに、 $\mathbf{u}_f$ : 浮遊砂雲の「核」の移動速度ベクトル、 $\mathbf{u}_{cl}$ : 浮遊砂雲の周囲流体の流速ベクトル、 $\mathbf{g}$ : 重力加速度ベクトル、 $d_{cl}$ : 浮遊砂雲の「核」の直径、 $C_M$ : 付加質量係数、 $\sigma_{cl}$ : 浮遊砂雲の「核」の密度、 $A_2, A_3$ : 2次元、3次元の形状係数である。 $C_D$ は抗力係数であり、

$$C_D = C_{D\infty} + \frac{24}{Re} \quad ; \quad Re = \frac{d_{cl} |\mathbf{u}_{cl} - \mathbf{u}_f|}{\nu} \quad (3.20)$$

により与えられる。 $C_{D\infty}$ は浮遊砂雲の形状に依存するが、ここでは球を仮定し、0.4を用いる。

前節のk-ε乱流モデルによる流れ場の数値シミュレーションでは、砂澁形状に沿った計算格子の配置に配慮して、直交曲線座標系を導入したが、式(3.19)は座標系に依存しないので、直交曲線座標系の写像平面 $(\xi, \eta)$ においても有効である。流れ場の数値シミュレーションからは $(\xi, \eta)$ 平面における流速が得られるので、式(3.19)を用いて $(\xi, \eta)$ 平面上での浮遊砂雲の運動を追跡することとする。また、 $(\xi, \eta)$ 平面上での重力加速度成分は、座標変換を用いて $(x, y)$ 平面上の重力加速度成分と関係づけられ、

$$\begin{bmatrix} g_\xi \\ g_\eta \end{bmatrix} = \frac{1}{h_{\xi\eta}^2} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial x}{\partial \eta} \\ -\frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{h_{\xi\eta}^2} \frac{\partial x}{\partial \eta} g \\ \frac{1}{h_{\xi\eta}^2} \frac{\partial x}{\partial \xi} g \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

で与えられる。ここでは、浮遊砂雲の「核」を、周囲流体の主流速の変動には応答するが、乱れの影響を受けないものと定義し、式(3.19)における周囲流体の速度は平均流速で与えることとする。なお、浮遊砂雲の「核」の直径 $d_{cl}$ については、砂澁背後の剥離渦が浮遊砂雲の発生原因である点を考慮して、砂澁の波高と関連づけて、

$$d_{cl} = \beta_{dcl} \cdot H_r \quad ; \quad \beta_{dcl} = 0.1 \quad (3.22)$$

で与えることとする。

浮遊砂雲の「核」の密度 $\sigma_{cl}$ については、浮遊砂雲内部の浮遊砂濃度と関係づけて、

$$\sigma_{cl} = \sigma \frac{q_{scl}}{q_{cl}} + \rho \left( 1 - \frac{q_{scl}}{q_{cl}} \right) \quad (3.23)$$

により評価する。ここに、 $q_{cl}$ : 浮遊砂雲の体積、 $\sigma$ : 砂の密度である。 $q_{scl}$ : 浮遊砂雲の浮遊砂含有量であり、以下のような仮定に基づき推定する。

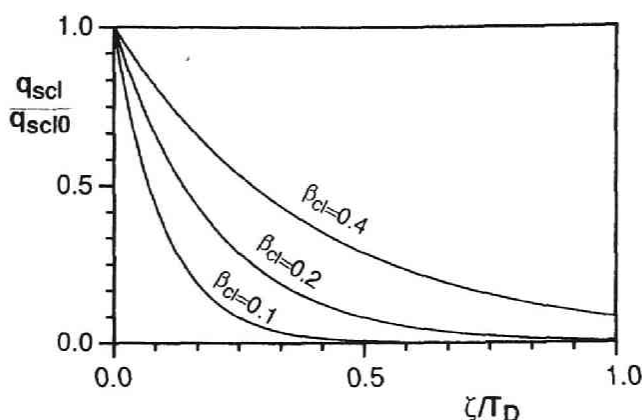


Fig. 3.13 浮遊砂雲の浮遊砂含有量の時間変化

浮遊砂雲が時間あたりに放出する浮遊砂量が浮遊砂雲の浮遊砂含有量  $q_{scl}$  に比例すると仮定すれば、

$$-\frac{dq_{scl}}{dt} = \alpha_{cl} \cdot q_{scl} \quad (3.24)$$

と書ける。ここに、 $\alpha_{cl}$ : 比例定数である。式 (3.24) より浮遊砂雲の浮遊砂含有量は、

$$\frac{q_{scl}}{q_{scl0}} = \exp\left(-\frac{\xi_{cl}}{\beta_{cl}T_D}\right) \quad ; \quad \xi_{cl} = t - t_{cl0} \quad (3.25)$$

となる。ここに、 $q_{scl0}$ : 浮遊砂雲の初期浮遊砂含有量、 $T_D$ : 浮遊砂雲の寿命時間、 $\beta_{cl}$ : 定数、 $t_{cl0}$ : 浮遊砂雲の発生時刻である。Fig. 3.13 は、浮遊砂雲の浮遊砂含有量の時間変化について示したものである。実験の際の観察結果によると、浮遊砂雲の寿命時間は1周期程度であるので、 $T_D=T$ とした。また、移動開始後半周期を経過する頃には「核」の位置の判別が困難となる程度に拡散が進行していることが観察により確認されていることを考慮して、半周期後の浮遊砂含有量が初期含有量の10%程度となるように  $\beta_{cl}=0.2$  とした。

### 3.4.2 浮遊砂雲の移動軌跡の特性

本節の方法で模擬された浮遊砂雲の「核」の移動軌跡を3.2節の実験結果とともに示したのが、Fig. 3.14 である。シミュレーション結果は、流速反転時の浮遊砂雲の存在位置を与えて、その後の浮遊砂雲の移動軌跡を追跡したものである。非対称砂澱(Run 2)の逆流の場合には、シミュレーション結果は実験結果をほぼ良好に説明するものである。これに対して、対称砂澱(Run 1)の場合と非対称砂澱(Run 2)の順流の場合には、トラフ上に浮遊砂雲が差し掛かるあたりから、シミュレーション結果と実験結果とに有意な差が生じる。

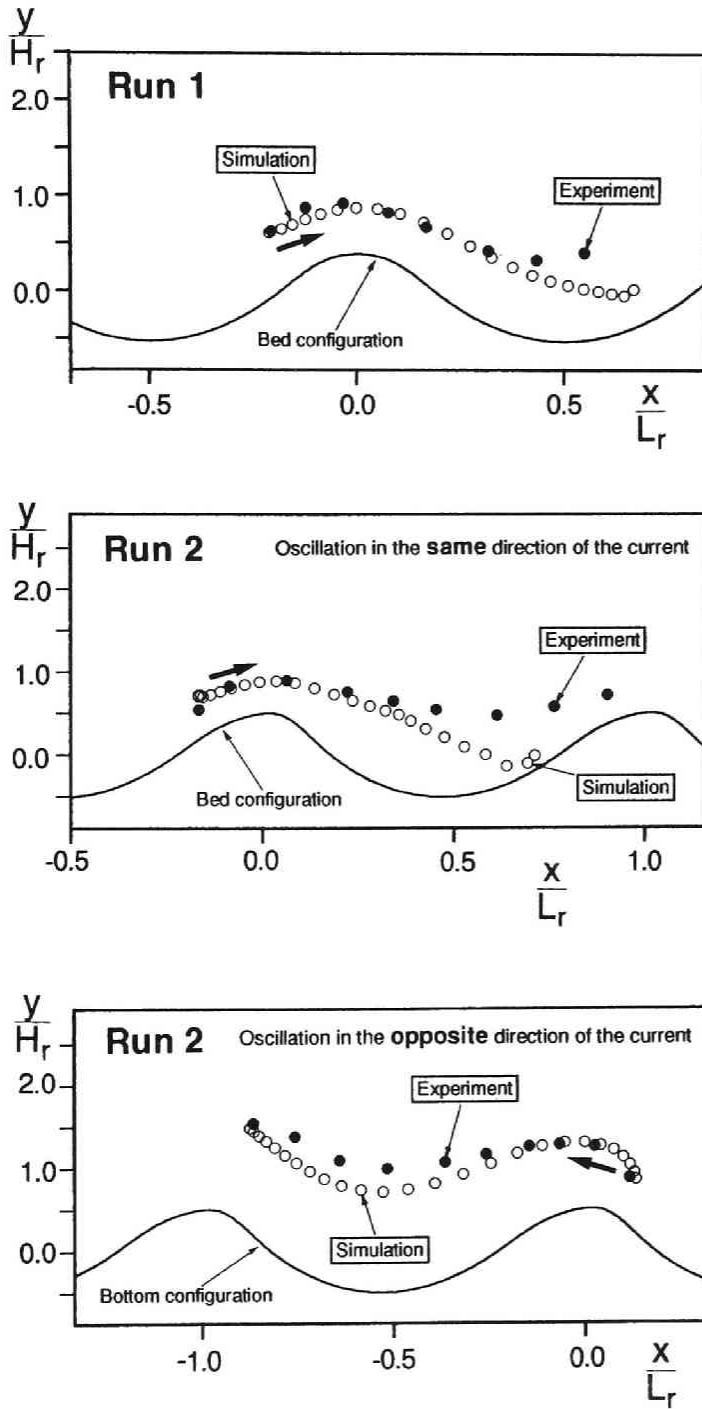


Fig. 3.14 浮遊砂雲の「核」の移動軌跡



3.2 節でも述べたように、実験データの処理においては、浮遊砂雲の「核」の位置を濃度の最大点近傍としているため、実験データの信頼性は浮遊砂雲の中心部の濃度に依存する。したがって、位相が進むにつれて実験データの信頼性は低下しているものと判断される。さらに、濃度拡散源としての浮遊砂雲の存在の重要性は「核」の浮遊砂含有量に依存するが、浮遊砂含有量の時間変化率が含有量に比例すると仮定すると、含有量は位相の進行とともに指数的に減衰するので、浮遊砂雲が拡散源として濃度場に与える影響も指数的に減少するものと判断される。以上のような理由で、移動過程の後半部における実験結果とシミュレーション結果の不一致は、以下の節で展開される浮遊砂雲を拡散源とした拡散過程のシミュレーション結果にそれほど顕著な影響を及ぼさないものと推察される。

浮遊砂雲は、その定義が曖昧なために、定量的に把握しにくい。本節では浮遊砂雲の定義から曖昧さを除去するため、浮遊砂雲の「核」を定義し、決定論的なモデルにより「核」の移動特性を追跡した。一方、実験においては、可視化によるデータ処理の精度の問題もあり、完全に曖昧さを除去することは不可能である。簡素なモデルを用いて浮遊砂雲の「核」の移動軌跡を追跡しようとする本節の目的は、必ずしも完全に達成されてはいないものの、以下の節のシミュレーションで要求される予測精度は確保されているものと判断される。

### 3.5 確率過程モデルによる浮遊粒子の拡散過程の数値シミュレーション

本研究では、浮遊過程を2つのサブシステムから成る直列系として記述することを試みる。3.4 節では、浮遊粒子の生成過程すなわち砂粒子が浮遊砂雲により連行される間の決定論的移動過程を取り扱ったが、本節では、浮遊砂雲から解放された後の拡散過程について考察する。

#### 3.5.1 シミュレーションの概要

##### (1) 確率過程モデルの概要

3.1 節で述べたように、浮遊粒子の拡散過程に対するアプローチは、[A] 拡散方程式を用いる Euler 的な手法と [B] 確率過程モデルによる Lagrange 的な手法の2つに大別されるが、複雑な構造を有する流れ場における砂粒子の運動をより正確に取り扱うには、砂粒子運動を直接追跡する [B] の手法が有利である。確率過程モデルは、浮遊砂の拡散現象をランダムウォークとして記述するもので、設定された時間ステップ毎に浮遊粒子の運動が離散的に追跡される。ステップ間の浮遊粒子の移動量は水流の乱れの影響を受けて確率分布を呈し、時間ステップを重ねる毎に分布の幅は増大して拡散が進行することとなる。このような浮遊砂濃度分布の決定プロセスを解析的に表現する場合、確率変数を導入してステップ間の関係を形式的に記述することは可能であるが、ステップの重畳の結果として得られる確率分布についての解析的な表現を誘導することは一般に困難であり、具体的な分布系の表示を行うには数値シミュレーションに依存せざるを得ない。

確率過程モデルでは時間ステップ毎に砂粒子の運動を追跡するため、繰り返し計算を必要とし、計算手

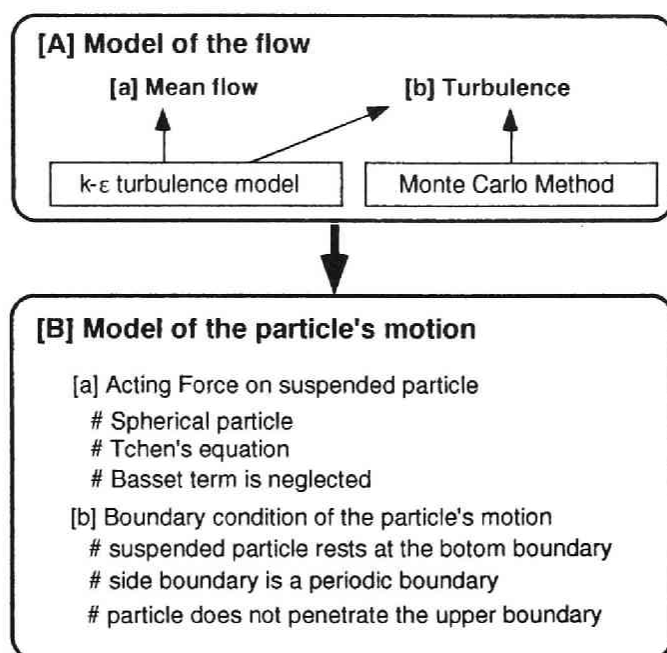


Fig. 3.15 シミュレーションモデルの構成

続きが煩雑となる。このため、計算機の演算能力等のハード面の技術的制約から、これまでは比較的に簡単な水理条件に対して適用されるのが一般的であった（Yalin and Krishnappan<sup>25)</sup>, Li and Shen<sup>26)</sup>, Becheteler and Färber<sup>27)</sup>, 吉川・石川<sup>28)</sup>, 芦田・藤田<sup>29)</sup>）。近年、コンピュータのハード面の進歩は目ざましく、従来ならばコスト面で非現実的と考えられたような詳細なシミュレーションも実行可能な環境が整備されつつある。そこで本節では、 $k-\epsilon$  乱流モデルによる流れ場のシミュレーションの解とモンテ・カルロ法を用いて流れ場の時系列を模擬し、できる限り詳細に浮遊粒子の挙動を追跡するものである。

## (2) シミュレーションモデルの構成

シミュレーションモデルを構築するには、[A] 流れ場のモデル化と[B] 浮遊粒子の移動過程のモデル化が必要である。シミュレーションモデルの構成をまとめたのが、Fig. 3.15である。

流れ場は [a] 平均流速場と [b] 乱れ場から構成されるが、平均流速場については  $k-\epsilon$  モデルの解をそのまま利用できる。乱れ場については、変動の時系列を模擬する必要があるが、 $k-\epsilon$  モデルから得られる情報は変動強度の時間平均すなわち乱れエネルギー  $k$  のみであり、変動の時系列を知ることはできない。そこで、乱れ場は  $k-\epsilon$  モデルから求められる変動強度を持ったランダムな変動を呈するものと仮定し、計算機によって発生させた疑似乱数を用いて変動の時系列を模擬するものとする。このような疑似乱数の利用によるランダム変数の時系列再現手法はモンテ・カルロ法として知られる。

浮遊粒子の移動過程のモデル化には [a] 粒子運動のモデル化と [b] 粒子運動の境界条件の設定が必要である。粒子運動については、球状の粒子を想定し、粒子運動は Tchen<sup>30)</sup> の式に従うのとし、簡単のため Basset 項を省略する。粒子運動の境界条件については、以下の3つの点を仮定する。1] 底面に到達した粒子は浮遊運動を中止する。2] 側方境界は周期境界とする。3] 上方境界を突き抜けた浮遊粒子は追跡を中止する。なお、実際のシミュレーションにおいては、上方境界を突き抜ける砂粒子の存在は確認されなかった。

### 3.5.2 浮遊粒子の運動方程式

浮遊粒子の運動は Tchen の式において Basset 項を省略した運動方程式

$$\rho \left( \frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{d\mathbf{u}_d}{dt} = -\frac{1}{2} C_D \rho A_2 d^2 |\mathbf{u}_d - \mathbf{u}_f| (\mathbf{u}_d - \mathbf{u}_f) + \rho (1 + C_M) A_3 d^3 \frac{d\mathbf{u}_f}{dt} - \rho \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \mathbf{g} A_3 d^3 \quad (3.26)$$

を数値積分することにより追跡される。ここに、 $\mathbf{u}_d$ : 浮遊粒子の移動速度ベクトル、 $d$ : 浮遊粒子の粒径、 $\sigma$ : 浮遊粒子の密度、 $C_D$  は抗力係数であり、

$$C_D = C_{D\infty} + \frac{24}{R_e} \quad ; \quad R_e = \frac{d|\mathbf{u}_d - \mathbf{u}_f|}{\nu} \quad (3.27)$$

により与えられる。 $C_{D\infty}$ については、球を仮定し、0.4 を用いる。

### 3.5.3 モンテ・カルロ法による乱れ場のモデル化

乱れ場について k-ε モデルから得られる情報は、乱れエネルギー  $k$  のみであるので、乱れ場の時系列を模擬するには、乱れエネルギーの配分と疑似乱数による時間変動の再現を行う必要がある。Rodi<sup>31)</sup> の代数応力関係 (algebraic stress relation)

$$\overline{u_i u_j} = k \left\{ \frac{2}{3} \delta_{ij} + \frac{(1 - \gamma_{pr}) \left( \frac{P_{ij}}{\varepsilon} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{G}{\varepsilon} \right)}{c_\gamma + \frac{G}{\varepsilon} - 1} \right\} \quad (3.28)$$

を用いて乱れエネルギーを配分し、乱れ強度を評価する。ここに  $\gamma = 0.6, c_\gamma = 1.5$  であり、 $P_{ij}$  は Stress production

$$P_{ij} = -\overline{u_i u_1} \frac{\partial U_j}{\partial x_1} - \overline{u_j u_1} \frac{\partial U_i}{\partial x_1} \quad (3.29)$$

である。

砂粒子の存在位置は、通常、計算格子の位置とずれているので、砂粒子を取り囲む格子点における諸量を用いて線形補間により砂粒子存在位置における乱れ強度が評価される。

変動の時系列については取扱いの簡便さに配慮して、[A] 単純モンテ・カルロ法と [B] 1次元マルコフ過程モデルを用いてその再現を試みる。[A] 単純モンテ・カルロ法では、時刻  $t$  と  $t+\Delta t$  の変動は無相関であり、変動成分は、

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= \sqrt{u^2} \cdot r \\ v(t) &= \sqrt{v^2} \cdot r \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

で与えられる。ここに、 $r$  は標準正規乱数（平均値 0、標準偏差 1）である。

[B] 1次元マルコフ過程モデルは、時刻  $t$  と  $t+\Delta t$  の変動の間にのみ相関を考慮したモデルであり、変動成分は、

$$\left. \begin{aligned} u(t+\Delta t) &= \alpha_u u(t) + r_u \\ v(t+\Delta t) &= \alpha_v v(t) + r_v \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

で与えられる。ここに、 $r_u, r_v$  はランダム成分、 $\alpha_u, \alpha_v$  は、 $x, y$  方向の Lagrange 的自己相関係数

$$\alpha_u = \alpha_v = \alpha_r = \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_L}\right) \quad (3.32)$$

である。ここに、 $T_L$  は、Lagrange 的時間スケールである。さらに、ランダム成分  $r_u, r_v$  は 2次元正規分布に従うものと仮定すると、その分布形は、

$$\begin{aligned} f_r(r_u, r_v) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{ru}} \exp\left(-\frac{r_u^2}{2\sigma_{ru}^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{rv}\sqrt{1-\gamma^2}} \\ &\quad \times \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\gamma^2)\sigma_{rv}^2} \left(r_v - \gamma \frac{\sigma_{rv}}{\sigma_{ru}} r_u\right)^2\right\} \end{aligned} \quad (3.33)$$

で与えられ、 $r_u$  の周辺分布と  $r_v$  の条件付き確率密度関数に分割されて

$$f_{Ru}(r_u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{ru}} \exp\left(-\frac{r_u^2}{2\sigma_{ru}^2}\right) \quad (3.34)$$

$$f_{Rv;Ru}(r_v|r_u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{rv}\sqrt{1-\gamma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\gamma^2)\sigma_{rv}^2} \left(r_v - \gamma \frac{\sigma_{rv}}{\sigma_{ru}} r_u\right)^2\right\} \quad (3.35)$$

と表現され、式 (3.34) 及び (3.35) の分布形は、パラメータ

$$\xi_r = \frac{r_u}{\sigma_{ru}} \quad ; \quad \xi_r = \frac{r_v - \gamma \frac{\sigma_{rv}}{\sigma_{ru}} r_u}{\sigma_{rv}\sqrt{1-\gamma^2}} \quad (3.36)$$

を用いて、標準正規分布に変換できる。式(3.36)を  $\xi_r, \xi_r$  について解くと、 $r_u, r_v$  は、

$$\left. \begin{aligned} r_u &= \sigma_{ru} \cdot \xi_r \\ r_v &= \sigma_{rv} (\sqrt{1-\gamma^2} \xi_r + \gamma \xi_r) \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

と表される。また、 $\sigma_{ru}, \sigma_{rv}$  については、式(3.31)より、

$$\sigma_{ru} = \sqrt{u^2} \cdot \sqrt{1-\alpha_r^2} \quad ; \quad \sigma_{rv} = \sqrt{v^2} \cdot \sqrt{1-\alpha_r^2} \quad (3.38)$$

と表現され、式(3.31)より近似的に

$$\overline{r_u r_v} \approx (1-\alpha_r^2) \cdot \overline{uv} \quad (3.39)$$

と書けることにより、自己相関係数  $\gamma$  は、

$$\gamma = \frac{\overline{r_u r_v}}{\sigma_{ru} \sigma_{rv}} \approx \frac{\overline{uv}}{\sqrt{u^2} \sqrt{v^2}} \quad (3.40)$$

と表現される。Lagrange 的時間スケールについては以下のように考える。まず、渦動粘性係数が乱れの速度スケールと長さスケールの積で表されると、時間スケールは、

$$T_L \equiv \frac{L_1}{V_1} = \frac{v_t}{V_1^2} \quad (3.41)$$

となる。速度スケールは、乱れの等方性を仮定すると

$$V_1 \approx \sqrt{\frac{2}{3}k} \quad (3.42)$$

と表現され、結局、Lagrange 的時間スケールは

$$T_L \approx \frac{3v_t}{2k} \quad (3.43)$$

となる。式(3.43)によると、乱れの性質と関係付けて Lagrange 的時間スケールを評価することが可能となる。なお、式(3.43)は、佐藤・上原・渡辺<sup>9)</sup>が砂澱上の振動流境界層における浮遊砂の運動過程をモンテ・カルロ法で追跡する際に用いたのと同様の関係である。

### 3.5.4 乱れ場のモデル化と浮遊過程の時間スケール

本章では、乱れ場の時系列を模擬する手法として、[A] 単純モンテ・カルロ法と [B] 1次元マルコフ過程モデルを用いるが、シミュレーションを実施する前に、両手法の特徴について述べる。

乱れ場は種々のスケールの変動により構成されるが、水粒子の移動に対する寄与が大きいのは大スケールの変動である。[A] 単純モンテ・カルロ法はこの点に注目して、大スケールの変動のみによる水粒子

の移動を取り扱う手法である。いわゆる組織的な変動を含むような大スケールの変動も、変動強度や変動の発生時間間隔は一定ではなく、常に不規則性を伴うから、1次近似として完全にランダムな時系列を用いることは妥当であると考えられる。単純モンテ・カルロ法では、各時間ステップ毎の変動は独立であるから、Lagrange 的自己相関係数は、

$$R(t) = \begin{cases} 1 - t / \Delta t & t < \Delta t \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (3.44)$$

と記述される<sup>32)</sup>。ここに、 $\Delta t$ : 変動時間スケールである。Lagrange 的時間スケールは、

$$T_L = \int_0^{\infty} R(\xi) d\xi \quad (3.45)$$

と定義されるから、式 (3.44) を代入すると、

$$T_L = \frac{\Delta t}{2} \quad (3.46)$$

が得られ、変動時間スケール  $\Delta t$  は、Lagrange 的時間スケールと同オーダーとなる。

これに対して、[B] 1次元マルコフ過程モデルでは、時刻  $t$  における変動と時刻  $t+\Delta t$  における変動の関係が考慮されているため、変動の履歴が考慮可能である。1次元マルコフ過程モデルの自己相関係数は、

$$R(t) = \exp\left(-\frac{t}{T_L}\right) \quad (3.47)$$

で与えられる。式(3.37)は、変動時間スケール  $\Delta t$  が Lagrange 的時間スケールに比べて十分小さいことを前提条件として誘導されるので、1次元マルコフ過程モデルは小スケールの変動を乱数発生により模擬する手法であり、大スケールの変動は自己相関係数を通じて模擬されるものと理解できる。このような両手法の特徴を模式的に示したのが、Fig. 3.16 である。

このような両モデル間の変動時間スケールと Lagrange 的時間スケールの大小関係の相違以外に、いまひとつ注目すべき点がある。すなわち、単純モンテ・カルロ法では、変動時間スケールと Lagrange 的時間スケールの間に式 (3.46) に示される一定の関係が存在するが、マルコフ過程モデルでは、このような拘束条件は存在しない。一般に、Lagrange 的時間スケールは流れ場の特性量と関係づけて評価されるため、空間的に一様ではなく、分布を有する。

Fig. 3.17 は、開水路乱流を対象とした  $k-\varepsilon$  乱流モデルによるシミュレーション結果を用いて、Lagrange 的時間スケールの空間分布特性を検討したものである。計算条件は、水深  $h=5\text{cm}$ 、断面平均流速  $U_m=30\text{cm/sec}$ 、水路床勾配  $1/500$ 、粗度高さ  $k_s=0.3\text{cm}$  である。図中には、式 (3.43) による評価法を用いた場合と、Hall<sup>32)</sup> によって提案された

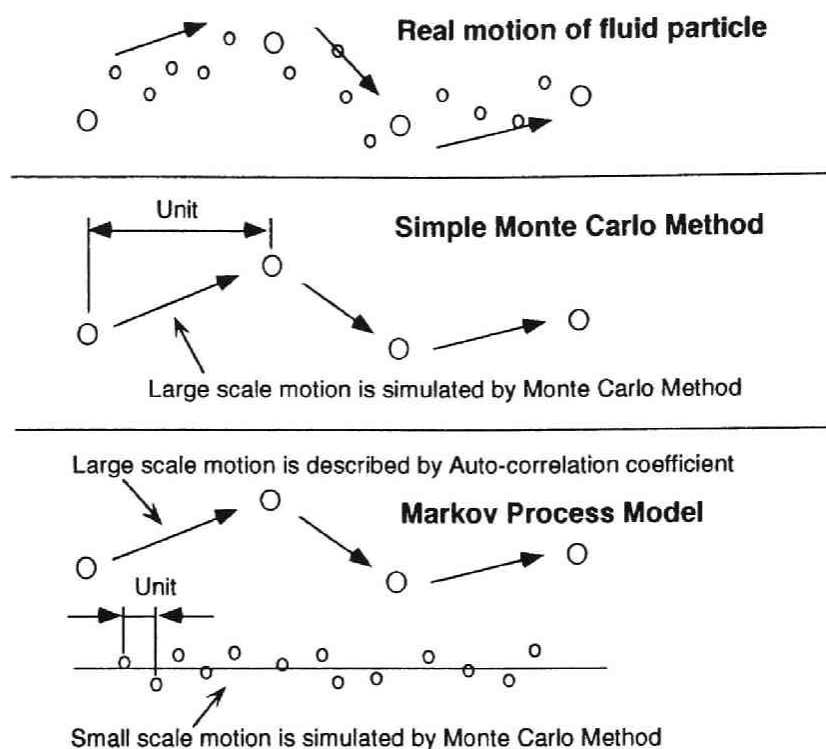


Fig. 3.16 単純モンテ・カルロ法と1次元マルコフ過程モデル

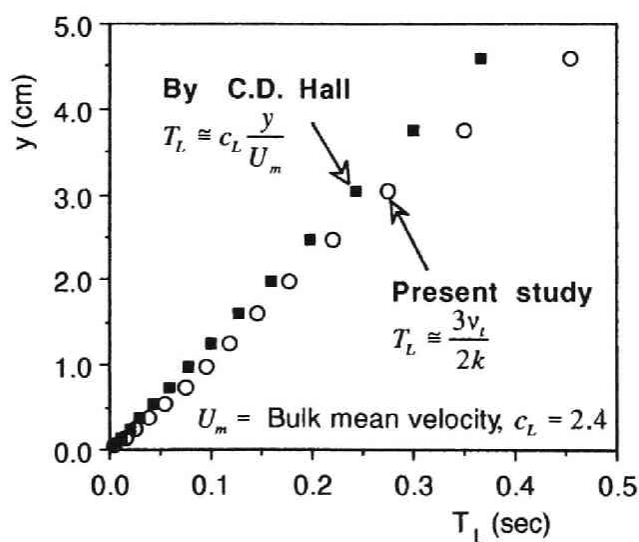


Fig. 3.17 Lagrange 的時間スケールの空間分布 (開水路)

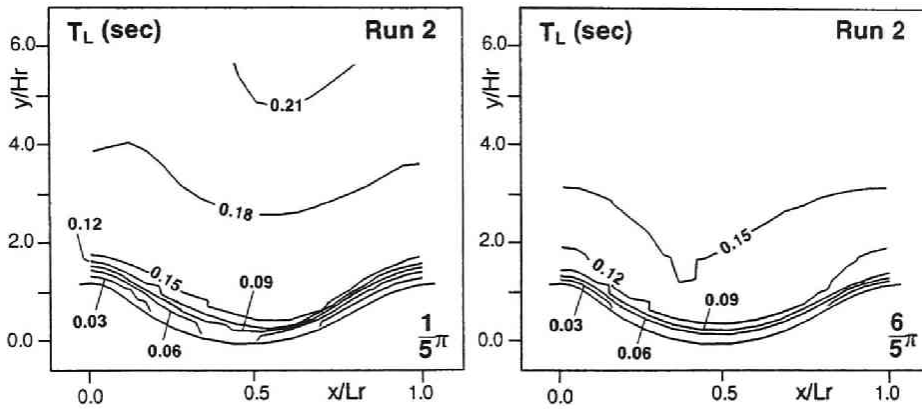


Fig. 3.18 砂漣上の流れ場における Lagrange 的時間スケール

$$T_L \approx c_L \frac{y}{U_m} \quad ; \quad c_L = 2.4 \quad (3.48)$$

を用いた場合が比較されている。ここに、 $U_m$ : 断面平均流速、 $y$ : 底面からの高さである。式 (3.43) は、乱れ場の特性量を用いた評価法であり、式 (3.48) は、平均流場の特性量を用いた評価法と言うことができるが、何れの方法でも Lagrange 的時間スケールが顕著に鉛直方向に変化することが示されている。

次に、3.3 節で得られたシミュレーション結果を式 (3.43) に適用し、砂漣上の流れ場における Lagrange 的時間スケールを推定したのが、Fig. 3.18 であるが、Lagrange 的時間スケールが時空間的に大きく変動していることが理解できる。

粒子運動の Lagrange 的追跡を行う場合、追跡時間スケールは通常一定値に設定される。これは、一定の時間スケールを用いることが、計算アルゴリズム上、さらには計算結果の解釈上、好都合であるためである。ところで、一定の時間スケール  $\Delta t$  を用いようとする場合、変動時間スケールと Lagrange 的時間スケールの間に拘束条件があると不都合であるため、一様乱流の場合を除いて、単純モンテ・カルロ法を理想的な条件で適用することは事実上不可能と結論される。したがって、非一様乱流場における粒子運動の追跡手法としては、マルコフ過程モデルが適切であると考えられる。

砂漣上の振動流・一方向流共存場における Lagrange 的時間スケールは時空間的に大きく変動しているため、追跡時間スケールと Lagrange 的時間スケールの間の拘束条件を伴う単純モンテ・カルロ法では Lagrange 的時間スケールの時空間的変動に即応した砂粒子の追跡が不可能であることは、先に述べた通りであるが、ここでは、近似的方法としての単純モンテ・カルロ法の可能性を検討することとする。単純モンテ・カルロ法と 1 次元マルコフ過程モデルを比較するため、クレスト付近の点源を順流時に出発した粒子の移動軌跡の例を示したのが、Fig. 3.19 である。単純モンテ・カルロ法については追跡時間刻み



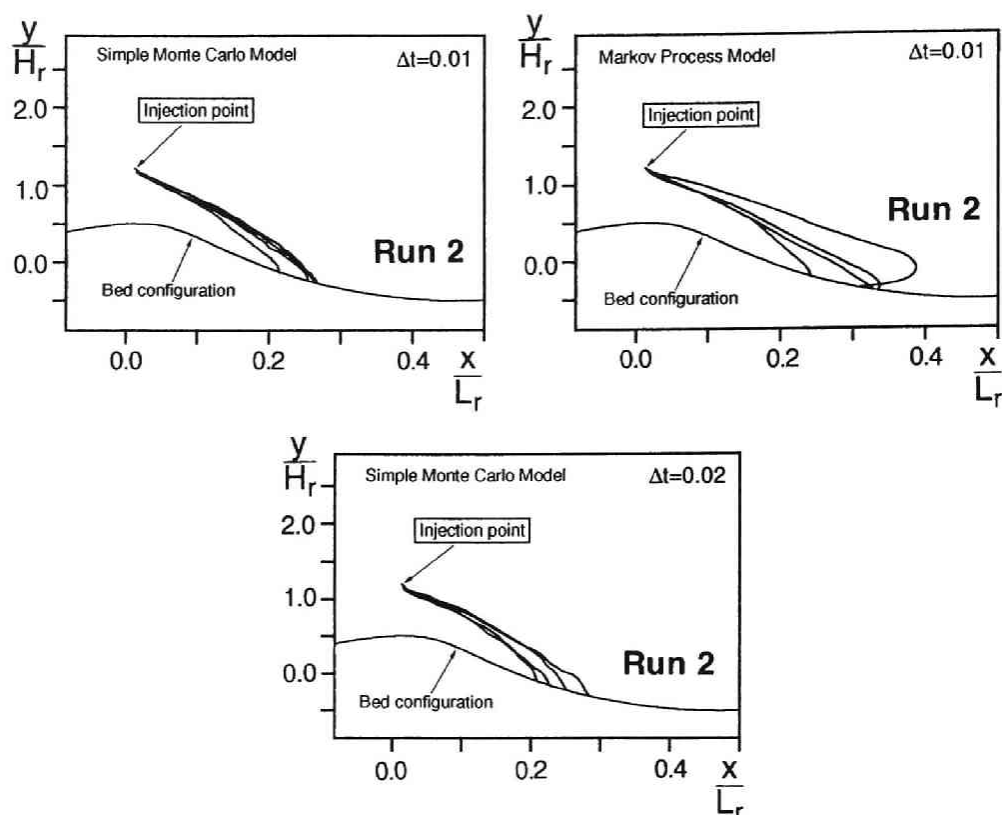


Fig. 3.19 砂粒子の移動軌跡に関するシミュレーション結果

を [A]  $\Delta t=0.01$  秒, [B]  $\Delta t=0.02$  秒に, 1次元マルコフ過程モデルについては [C]  $\Delta t=0.01$  秒に設定し, 同一の疑似乱数列を用いて流速変動を模擬している。  $\Delta t=0.01$  秒の場合について見ると, 1次元マルコフ過程モデルでは, 転流後に逆方向に移動する粒子も見られ, 粒子の着地点も最も広範囲に分散しているのに対して, 単純モンテ・カルロ法では, 転流後に逆方向に移動する粒子は存在せず, 粒子の分散範囲も狭くなっている。

3.5.4 項で述べたように, 単純モンテ・カルロ法は Lagrange 的時間スケール程度の大スケールの変動を模擬する手法であるから, 砂粒子の運動軌跡を追跡する場合には時間刻みを大きく取る必要が生じる。そこで単純モンテ・カルロ法については, 追跡時間刻みを [A]  $\Delta t=0.01$  秒の2倍の [B]  $\Delta t=0.02$  秒設定した場合についても付加的検討を行った。時間刻みの大きい [B]  $\Delta t=0.02$  秒の方が, 着地点の分散がやや大きく, 移動軌跡間の相違も大きくなっている。単純モンテ・カルロ法は, 時間刻みを大きく設定するほど1次元マルコフ過程モデルと近い分散特性を呈するものと期待されるが, 同時に追跡精度は低下し, 底面に到達して停止する際に大きく底面を貫く軌跡が得られるなどの問題が生じ, 追跡時間刻みにも追跡精度面での上限が存在する。このように, 単純モンテ・カルロ法は, 追跡時間スケールと Lagrange 的時

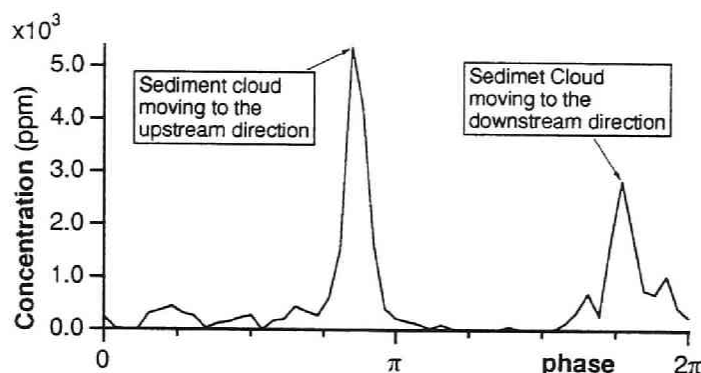


Fig. 3.20 濃度時系列

間スケールの間に存在する拘束条件のために、柔軟性に欠け、Lagrange 的時間スケールが大きく変化する場への適用には自ずと限界があるものと判断される。したがって、場の構造の時空間的変化が激しい条件下においては、1次元マルコフ過程モデルを組み込んだモンテ・カルロ法が、簡便性と追跡精度の両面から見て妥当な手法と判断される。

### 3.5.5 シミュレーションによる周期平均浮遊砂量の空間分布の推定

ここでは、1次元マルコフ過程モデルを組み込んだモンテ・カルロ法により、浮遊砂雲の各位相ごとの位置を出発点とした浮遊粒子運動を浮遊粒子が底面に到達するまで追跡する。この手続きを繰り返して得られた結果を集計することにより、周期平均浮遊砂堆積量の空間分布が推定できる。

ここで問題となるのが、以下の点である。1] 各位相ごとに浮遊砂雲から解放される砂粒子数および 2] 砂粒子の出発位置すなわち浮遊砂雲の「核」の位置をどのように決定するか。3] 一方向流に対して順方向と逆方向に移動する浮遊砂雲が含有する浮遊砂量の比はどの程度か。まず、1] 各位相ごとに浮遊砂雲から解放される砂粒子数については、式(3.25)を微分して評価することとし、次に、2] 砂粒子の出発位置すなわち浮遊砂雲の「核」の位置については、3.4節のシミュレーション結果を用いることとする。3] 順方向と逆方向の浮遊砂雲の含有浮遊砂量比については、転流直後に発生する渦の大きさと浮遊砂雲の中心付近の濃度を考慮して推定する。

Fig. 3.20 は、クレストの底面付近で測定された濃度時系列であるが、逆方向の浮遊砂雲の通過を示す濃度のピークは、順方向の浮遊砂雲によるピークの約2倍の値を示している。さらに、転流直後の逆方向の浮遊砂雲の大きさは、順方向の5~6倍程度であることが、浮遊砂雲の移動過程のビデオ画像を解析することにより知られている。このようなことから、逆方向の浮遊砂雲の含有砂粒子数は順方向の10倍以上にも達するものと判断され、逆方向の浮遊砂雲による浮遊砂輸送過程が底面形状の変化をほぼ決定づけているものと期待される。

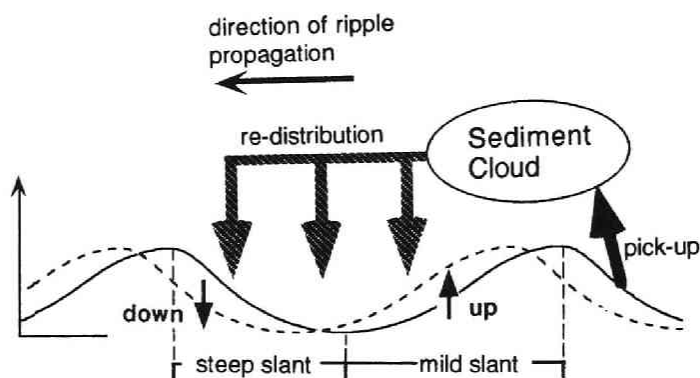


Fig. 3.21 浮遊砂雲による浮遊砂輸送

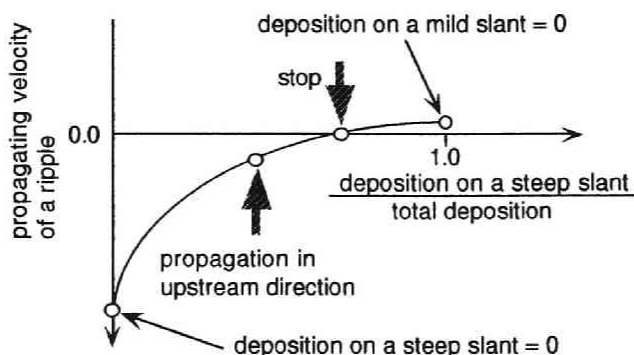


Fig. 3.22 浮遊砂雲による浮遊砂輸送と砂漣の移動方向

一方向流と逆方向に移動する浮遊砂雲による浮遊砂輸送について模式的に示したのが、Fig. 3.21である。浮遊砂雲は急斜面側の砂を集めて、1波長上流側に輸送する働きをしているが、輸送された砂は急斜面側だけでなく手前の緩斜面側にも堆積する。仮に、浮遊砂雲により急斜面側から pick-up された全砂粒子がちょうど1波長上流側の急斜面に堆積したとすると、砂漣は進行せず、見かけ上の流砂量はゼロとなる。それとは逆に、浮遊砂雲により急斜面側から pick-up された全砂粒子が上流側の緩斜面に堆積したとすると、見かけ上の流砂量は最大となり、砂漣は上流側へ進行する。このような関係を模式的に示したのが、Fig. 3.22である。逆方向の浮遊砂雲のみを考えた場合には、砂漣が見かけ上停止するのは浮遊砂雲により急斜面側から pick-up された全砂粒子が1波長上流側の急斜面に堆積する場合となるが、より厳密には、順方向に移動する浮遊砂雲による下流側への輸送の効果が加わるので、砂漣の見かけ上の

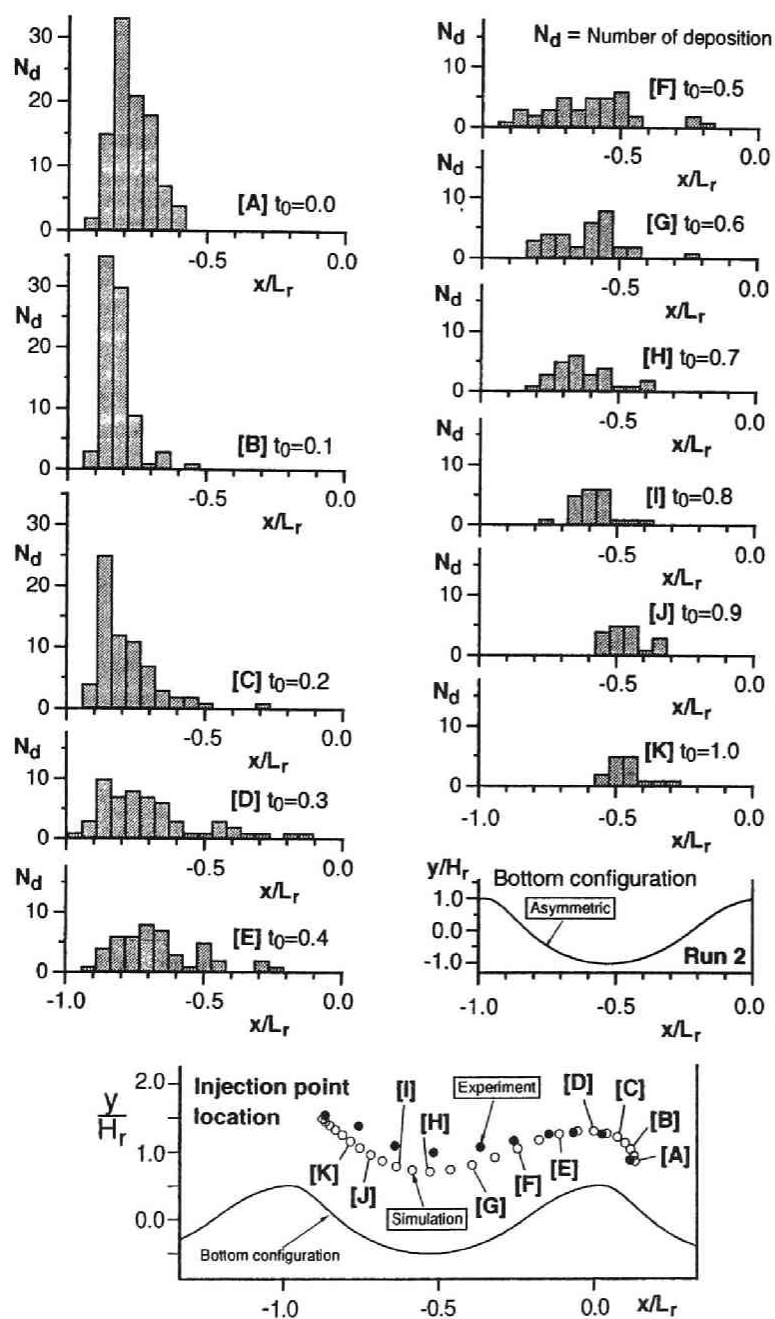


Fig. 3.23 浮遊砂雲から放出された砂粒子の沈降位置の空間分布

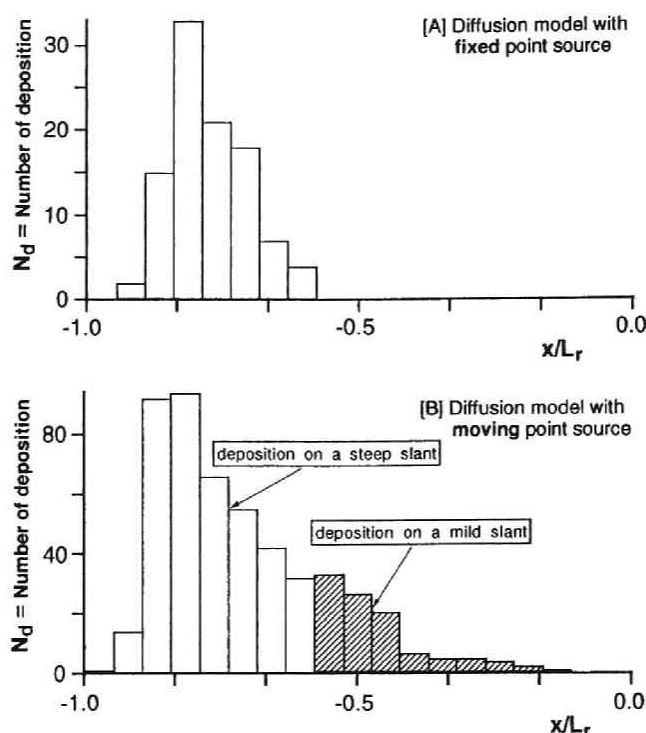


Fig. 3.24 沈降浮遊砂量の空間分布

停止条件は、逆方向の浮遊砂雲のみを扱った場合から僅かにずれることとなる。

次に、浮遊砂雲から放出された砂粒子の沈降位置の空間分布をモンテ・カルロシミュレーションを用いて推定し、出発点ごとに示したのが、Fig. 3.23 である。点 [A] を 100 個砂粒子が出発するものとし、式 (3.25) を用いて出発点ごとの粒子数を評価している。クレスト付近を出発した砂粒子は、ほぼ全て 1 波長上流の急斜面側に堆積しているが、浮遊砂雲が上流側に移動するにしたがって堆積位置は徐々に緩斜面側に移動していく様子が模擬されている。分布形状については、明確なピークを持った形状から偏平な形状への移行が見られる。一様な場における酔歩問題では、移動継続時間が長いほど分散幅も大きくなるが、ここで対象としている場に対するシミュレーションから得られる分散範囲は、時間の経過とともに拡大し、極大となった後に再び縮小する傾向を示しており、流れ場の時空間的構造の複雑さを反映した結果となっている。

出発点別の沈降粒子数の空間分布を集計すると、逆方向に移動する浮遊砂雲による合計の輸送量が評価できる。出発点別のシミュレーション結果の集計結果として得られた沈降浮遊砂量の空間分布 [B] を浮遊砂雲の移動を考えない場合のシミュレーション結果 [A] とともに Fig. 3.24 に示す。浮遊砂雲の移動

を考えずに、クレスト付近からの拡散過程として浮遊過程をとらえた場合には、浮遊砂雲により輸送される砂粒子は、ほぼ全て1波長上流の急斜面側に堆積し、見かけ上砂漣は停止ないしは下流側に進行することをシミュレーション結果は示唆している。これに対して、浮遊砂雲を移動拡散源としてとらえた本シミュレーションは、浮遊砂雲により輸送される砂粒子が緩斜面側と急斜面側に振り分けられて堆積する様子を模擬しており、砂漣の上流方向への進行を裏付けるものとなっている。

### 3.6 生成項を有する拡散方程式による浮遊過程の数値シミュレーション

3.5節のモンテ・カルロシミュレーションは、浮遊粒子の運動をLagrange的に追跡するので、柔軟性に富み、複雑な構造を有する流れ場においても砂粒子の運動過程を詳細に追跡することが可能であるが、浮遊過程の全体像を把握するには多数の砂粒子の運動軌跡の追跡結果を集計する必要があるため、計算に多大の労力を必要とする点が問題である。これに対して、移流拡散方程式を用いたEuler的な手法は比較的簡便であることから、浮遊砂濃度分布の算定によく用いられる。本節では、浮遊砂雲の存在という場の特殊性と拡散方程式の有する簡便性に着目して、生成項を有するMurphy<sup>33)</sup>型の拡散方程式を用いて、浮遊砂雲を移動拡散源とする拡散過程として砂漣上の浮遊過程を記述する。

#### 3.6.1 基礎方程式と生成項の評価法

生成項を有するMurphy型の非定常移流拡散方程式は、

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_{sx} \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_{sy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) + w_0 \frac{\partial C}{\partial y} + S_d \quad (3.49)$$

で与えられる。ここに、 $C$ : 浮遊砂濃度、 $w_0$ : 浮遊砂の最終沈降速度、 $S_d$ : 浮遊砂雲による生成項、 $\Gamma_{sx}$ 、 $\Gamma_{sy}$ : 浮遊砂の拡散係数の水平、鉛直成分である。式(3.49)は流れ場の基礎方程式と同様に式(3.9)に示す保存則型の式にまとめられる。式中の $\Gamma_\phi$ 、 $S_\phi$ については、Table 3.7のように書かれる。保存則型で書かれた拡散方程式は、他の流れ場の基礎方程式と同様に、式(3.8)の写像関数を用いて砂漣上の直交曲線座標系に変換され、式(3.10)の形式で記述される。Table 3.8に、式中の $\Gamma_\phi$ 、 $S_\phi(\xi, \eta)$ について示す。

生成項については、浮遊砂雲から単位時間あたりに放出される浮遊砂量を式(3.25)から評価し、

$$S_d(\xi, \eta, t) = -\chi_d(\xi, \eta, t) \frac{dq_{scf}}{dt} \quad (3.50)$$

で与えることとした。ここに、 $\chi_d(\xi, \eta, t)$ : 浮遊砂雲の中心周りの浮遊砂の存在確率密度であり、ここでは浮遊砂雲の中心への集中分布を仮定して、

Table 3.7 保存則型の方程式のパラメータ (拡散方程式)

$\phi$	$\Gamma_{\phi}$	$S_{\phi}$
$C$	$\frac{\Gamma_s}{S_c}$	$S_{\infty} = \frac{\partial}{\partial y}(w_0 C) + S_d$

Table 3.8 曲線座標系における保存則型の方程式のパラメータ (拡散方程式)

$\phi$	$\Gamma_{\phi}$	$S_{\phi}$
$C$	$\frac{\Gamma_s}{S_c}$	$S_{\infty} = \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta}(w_0 C) + S_d$

$$\chi_d(\xi, \eta, t) = \begin{cases} 1 & \text{when } (\xi, \eta) = (\xi_{cl}, \eta_{cl}) \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (3.51)$$

で評価することとした。ここに、 $(\xi_{cl}, \eta_{cl})$  は浮遊砂雲の中心の座標である。

### 3.6.2 浮遊砂の拡散係数の評価法

拡散方程式に基づいて浮遊砂濃度を算定する際には、浮遊砂の拡散係数を評価する必要があるが、質量拡散と運動量拡散の相似性を考慮して、渦動粘性係数で代用する方法がよく用いられる。流体中での砂粒子の運動は、流速場の変動特性とそれに対する砂粒子の応答特性とにより決定されるものであるから、砂粒子の運動は水粒子の運動とは必ずしも同一視できず、浮遊砂の拡散係数の渦動粘性係数での代用にも検討すべき点がある。

辻本<sup>34)</sup>は、浮遊粒子の運動の確率論的記述に基づいて拡散係数を評価し、砂粒子の比重が拡散係数に与える影響を検討している。ここでは、辻本の方法に従い、確率論的立場からの拡散係数の評価を行い、3.5節における浮遊粒子のモンテ・カルロシミュレーションに対応した拡散係数の分布特性を推定する。

砂粒子の運動領域を $(-\infty, \infty)$ の様場とすれば、砂粒子が浮遊運動を開始してから $t$ 時間後の砂粒子の存在高さの確率密度 $f_s(y; t)$ は、次式を満足する。

$$f_s(y; t + \Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_s(y - \xi; t) g(\xi) d\xi \quad (3.52)$$

ここに、 $g(\xi)$ : 砂粒子の微小時間  $\Delta t$  内の位置変化  $\{\xi\}$  の確率密度関数である。式 (3.52) 中の  $f_s(y - \xi; t)$  を Taylor 展開し、3 次以上の高次項を無視すると、

$$f_s(y; t + \Delta t) = f_s(y; t) - E[\xi] \frac{\partial f_s}{\partial y} + \frac{E[\xi^2]}{2} \frac{\partial^2 f_s}{\partial y^2} + \dots \quad (3.53)$$

が得られる。さらに、平衡状態 ( $f_s(y; t + \Delta t) = f_s(y; t)$ ) を考えると、

$$\frac{E[\xi^2]}{2} \frac{\partial f_s}{\partial y} = E[\xi] \cdot f_s \quad (3.54)$$

が得られ、定常等流の平衡状態における拡散方程式

$$\varepsilon_s \frac{dC_s}{dy} = -w_0 \cdot C_s \quad (3.55)$$

と比較すると、浮遊砂の拡散係数は

$$\varepsilon_s = -\frac{E[\xi^2]}{2} \frac{w_0}{E[\xi]} \quad (3.56)$$

と表現される。砂粒子は平均的には、沈降速度  $w_0$  で沈降しているから、

$$E[\xi] = -w_0 \Delta t \quad (3.57)$$

となり、結局、浮遊砂の拡散係数は

$$\varepsilon_s = \frac{E[\xi^2]}{2 \Delta t} = \frac{E[\xi]^2 + \sigma_\xi^2}{2 \Delta t} = \frac{w_0^2 \Delta t}{2} + \frac{\sigma_\xi^2}{2 \Delta t} \quad (3.58)$$

で与えられる。このようにして、浮遊砂の拡散係数は、確率過程モデルにおける砂粒子の追跡時間刻み  $\Delta t$ 、砂粒子の沈降速度  $w_0$ 、砂粒子の  $\Delta t$  秒間の拡散幅  $\sigma_\xi$  と関連づけて評価される<sup>34)</sup>。

砂粒子の  $\Delta t$  秒間の拡散幅は、1 次元マルコフ過程を用いた場合の水粒子の  $\Delta t$  秒間の拡散幅と関係づけて

$$\sigma_\xi^2 = 2k_{0s}^2 \sigma_v^2 \left[ \Delta t \cdot T_L - \Delta t^2 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_L}\right) \right\} \right] \quad (3.59)$$

と表現される。ここに、 $k_{0s}$ : 砂粒子の応答性を表すパラメータである。浮遊砂の拡散係数は、式 (3.59) を用いて、



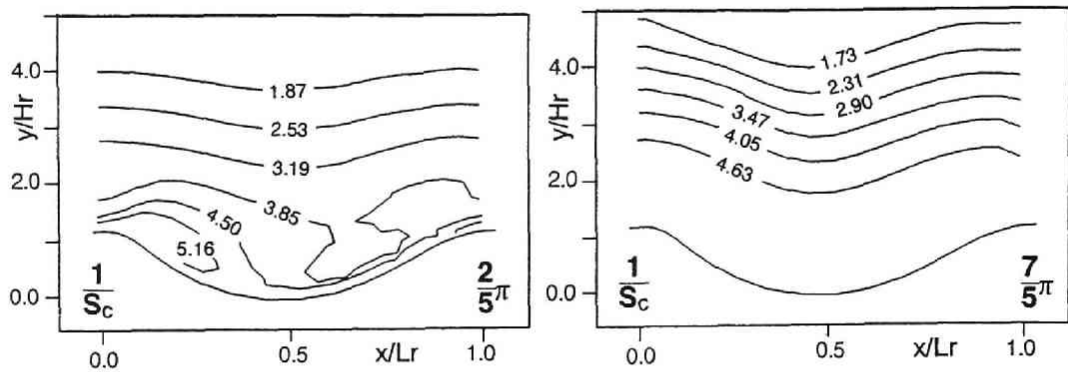


Fig. 3.25 Schmidt数の逆数の空間分布

$$\varepsilon_s = \frac{w_0^2 \Delta t}{2} + k_{0s}^2 \sigma_v^2 \left[ T_L - \Delta t \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_L}\right) \right\} \right] \quad (3.60)$$

と記述され、Schmidt 数は、

$$\frac{1}{S_c} \equiv \frac{\varepsilon_s}{\nu_t} = \frac{\varepsilon_s}{\sigma_v^2 T_L} = \frac{1}{2} \left( \frac{w_0}{\sigma_v} \right)^2 \Xi_s + k_{0s}^2 \{1 - \Xi_s (1 - e^{-\Xi_s})\} \quad ; \quad \Xi_s = \frac{\Delta t}{T_L} \quad (3.61)$$

と表現される。

式 (3.61) を用いて、Run 2 に対する Schmidt 数の逆数の空間分布を求めた結果を Fig. 3.25 に示す。砂粒子の追跡時間刻み  $\Delta t$  については、モンテ・カルロシミュレーションに用いたのと同様の  $\Delta t = 0.01$  秒を用いている。式 (3.61) により評価された Schmidt 数は、砂粒子の追跡時間刻み  $\Delta t$  と Lagrange 的時間スケール  $T_L$  の比の関数となり、流れ場の構造の影響が Schmidt 数に反映される。急斜面側で剥離が生じる位相  $2/5\pi$  においては、空間的な非一様性が顕著に生じ、等値線は底面付近で大きく屈曲しているが、位相  $7/5\pi$  においては、緩斜面側では有意な剥離が生じず、等値線はほぼ底面形状に平行となる。

ここで誘導された式 (3.61) の関係は  $(-\infty, \infty)$  の一様場を対象としたものであるので、式 (3.61) を用いて浮遊砂の拡散係数を渦動粘性係数と結び付けて評価したとしても、モンテ・カルロシミュレーションで模擬された場と完全に等価な状況を拡散方程式で記述することにならないのは言うまでもない。しかし、式 (3.61) は運動量拡散と質量拡散の局所的関係を推定するには有効であると期待され、式 (3.61) の適用により、適当な経験定数を用いる場合に比べて、流れ場の構造と砂粒子運動の特性を濃度分布推定によりよく反映させることが可能となるものと判断される。そこで、以下の濃度場のシミュレーションにおいては、式 (3.61) により Schmidt 数を算定し、浮遊砂の拡散係数を渦動粘性係数と関連づけて評価することとする。

### 3.6.3 シミュレーション結果と考察

シミュレーションから得られた非対称砂漣(Run 2)の場合の濃度の等値線を Fig. 3.26 に示す。図中の数字は、浮遊砂雲の「核」の初期濃度に対する相対濃度を示している。逆方向の浮遊砂雲は、位相  $(3/5)\pi$  に発生し、高濃度部を残しながら上流側（図では左側）へと移動し、位相  $(4/5)\pi$  には浮遊砂雲の先端は1波長上流側の砂漣の緩斜面（図では右側の緩斜面）上に達している。さらに、位相  $\pi$  には浮遊砂雲はトラフ付近にまで達し、濃度の等値線を押しながら上昇している様子が示されている。位相  $(6/5)\pi$  では、急斜面上に浮遊砂雲を示すものと思われる僅かな濃度の高まりが見られるが、濃度の等値線はほぼ水平方向に平行に並び、主流方向に濃度が一様化している。位相  $(7/5)\pi$  において緩斜面側に発生した浮遊砂雲は、下流側に進行し、位相  $(8/5)\pi$  には浮遊砂雲の先端は1波長下流側の砂漣の急斜面上に達している。位相  $(9/5)\pi$  になると、先端がさらに下流側に進行し、高濃度部を示す等値線が張り出していく。位相  $2\pi$  では、トラフ上に浮遊砂雲の存在を示すものと思われる僅かな濃度の高まりが見られ、等値線は上方に膨らむものの、全体としてはほぼ水平方向に平行に並び、主流方向に濃度が一様化している。位相  $2\pi$  から  $(2/5)\pi$  にかけては、浮遊砂供給源である浮遊砂雲が存在しないため、砂粒子の沈降が促進されて濃度の等値線は降下していく。これに対して、位相  $(7/5)\pi$  から  $2\pi$  にかけては、緩斜面側の浮遊砂雲の影響で濃度の等値線の降下が抑制される様子が認められる。緩斜面側の浮遊砂雲は急斜面側に比べて規模が小さく、含有粒子数も少ないことについては3.5節で述べた通りであるが、急斜面側の浮遊砂雲により形成された濃度分布を維持するという副次的役割を担っていることが、シミュレーション結果から推察される。

Fig. 3.27 は、実験から得られた濃度の時系列とシミュレーション結果とを比較したものである。[A] クレストの底面付近の浮遊砂雲の通過位置と思われる測点と [B] トラフの底面付近の測点について示している。絶対濃度を議論する場合、浮遊砂雲の「核」の初期濃度を如何に決定するかが問題となるが、ここでは [A] における順方向の浮遊砂雲によるピークの値が一致するように浮遊砂雲の「核」の初期濃度を設定している。したがって、[A] において実験とシミュレーションの濃度の絶対値が一致していることは当然のことである。

[A] を見ると、シミュレーションではピークの位相がやや早くなっているが、順方向と逆方向の浮遊砂雲によるピークの比は、良好に模擬されている。[B] については、シミュレーションは実験結果を詳細に説明するには至らないものの、位相  $\pi$  付近でピークを示した後に2次的なピークを示すという実験値の傾向については模擬されている。時系列の特性の詳細を再現するに至らなかったことについては、移動床実験の困難さに起因するデータの信頼性の限界にもその一端があるものと思われ、より高精度の実験データの収集を含めて今後の課題である。

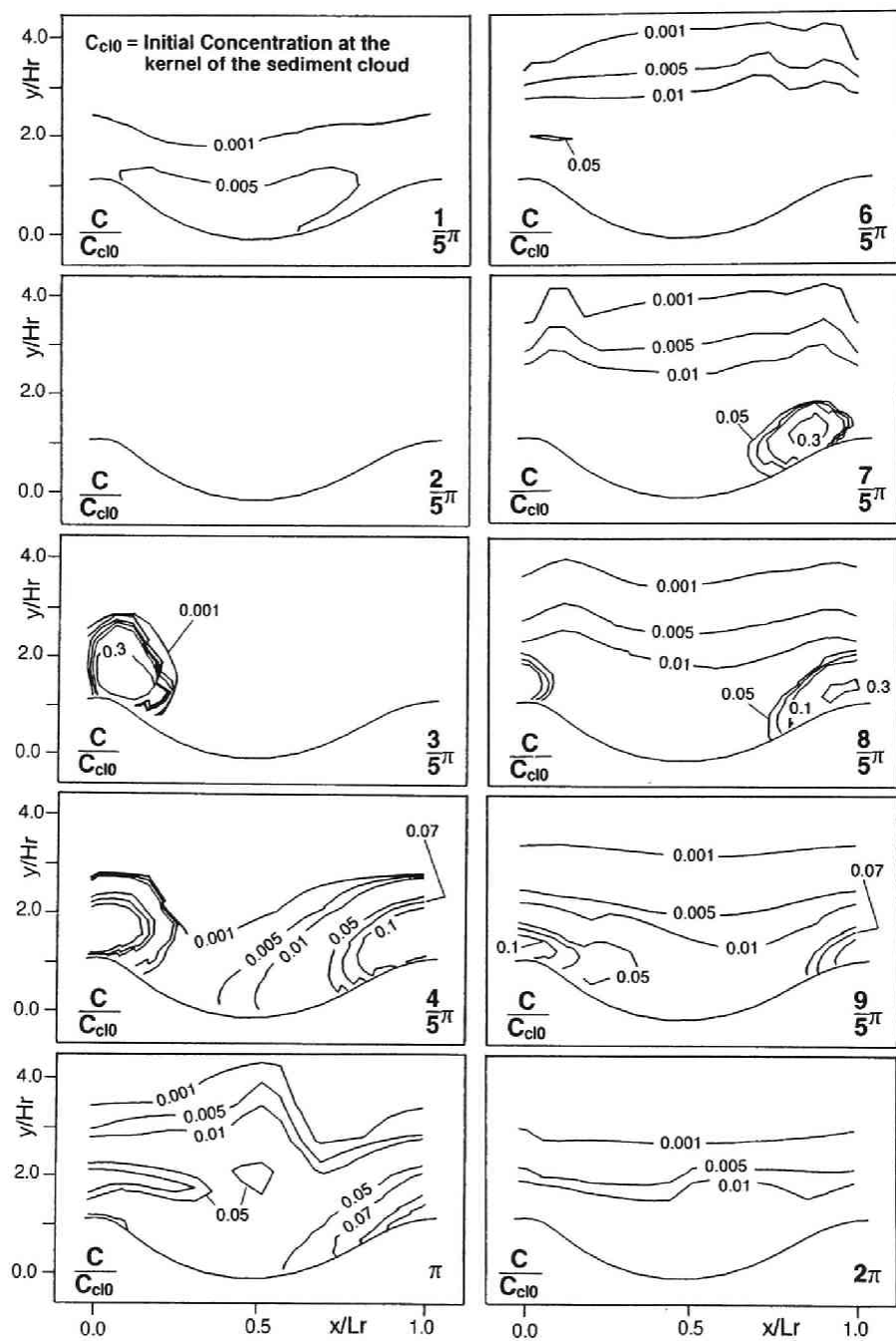


Fig. 3.26 シミュレーションによる浮遊砂濃度の時空間分布

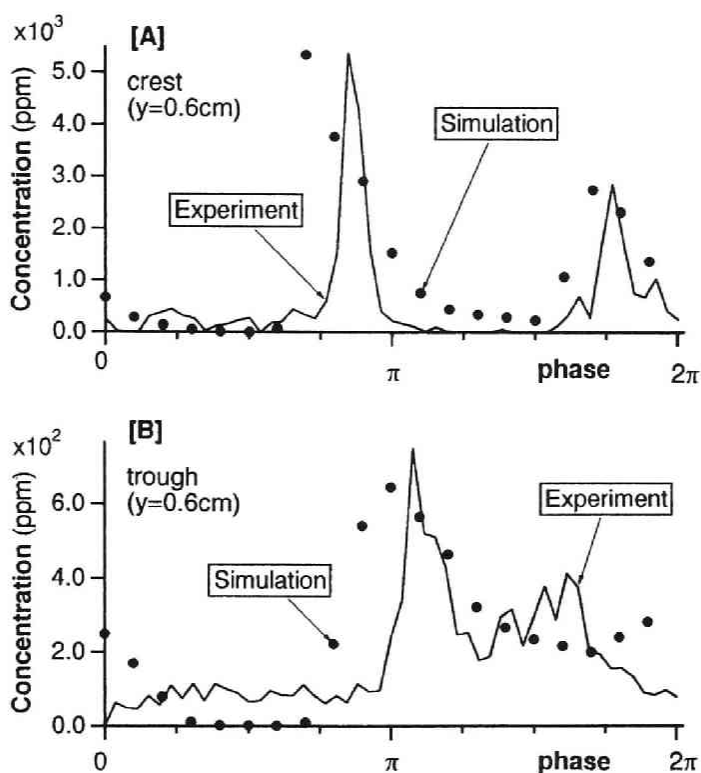


Fig. 3.27 濃度時系列の比較

### 3.7 結語

本章では、振動流・一方向流共存場での砂漣上の浮遊過程における浮遊砂雲の役割の重要性に注目して、浮遊砂雲による浮遊砂生成過程と浮遊砂雲から解放された後の拡散過程の2段階から成るシミュレーションモデルを提案した。浮遊砂雲から解放された後の拡散過程については、流れ場の構造の複雑性を最大限に浮遊粒子の運動に反映させるため、モンテ・カルロシミュレーションを用いた検討を行った。さらに、生成項を有する拡散方程式により浮遊砂雲による浮遊砂生成効果を加味した濃度分布の推定を試みた。シミュレーション結果は、砂漣の移動や浮遊砂濃度などについての実験結果と良好に一致し、モデルの有効性が確認された。

本章で得られた主要な成果を以下に要約する。

(1) 振動流・一方向流共存場における砂漣上の浮遊過程における浮遊砂雲の役割に注目し、[A] 浮遊砂雲による浮遊砂生成過程と [B] 浮遊砂雲から解放された後の拡散過程の2段階に分割して、現象を記述し

た。

(2) 振動流・一方向流共存場における砂漣上の浮遊過程に関する実験を実施して、浮遊砂雲の移動過程を把握するとともに、浮遊砂濃度の計測を試みた。非対称砂漣では、急斜面側と緩斜面側とで発生する浮遊砂雲のスケールに大きな相違があり、この相違が土砂輸送の非対称性を助長する役割を担っていることが明らかとなった。

(3)  $k-\varepsilon$  乱流モデルによる数値シミュレーションを用いて、振動流・一方向流共存場における砂漣上の流れ場の構造推定を実施した。非対称砂漣の場合、僅かな砂漣形状の非対称性により平均流速場の顕著な非対称性が誘起され、底面付近の流れ場の構造が大きく変化する様子がシミュレーション結果から明らかとなった。

(4) さらに、乱れ場の特性も時空間的に大きく変動し、特に非対称砂漣の場合には、乱れ場にも顕著な非対称性が生じることが、シミュレーション結果を通じて示された。

(5) 移動拡散源としての浮遊砂雲の運動を模擬するため、浮遊砂雲の中心部に「核」と成る部分の存在を想定し、「核」の運動を球状粒子の運動方程式を用いて模擬することを試みた。シミュレーション結果は、可視化実験から得られた浮遊砂雲の移動軌跡をほぼ良好に説明するものであった。

(6) 浮遊砂雲から解放された後の拡散過程について検討するため、モンテ・カルロ法を用いて浮遊粒子の運動の Lagrange 的追跡を実施した。

(7) モンテ・カルロシミュレーションにおいて、乱れ場を模擬する手法の中で比較的簡便で実用に耐え得るものとして、単純モンテ・カルロ法と1次元マルコフ過程モデルとを取り上げ、両手法の特徴について考察を加え、Lagrange 的時間スケールの変化に柔軟に対応できるか否かに、両手法の決定的相違があることを明らかにした。1次元マルコフ過程モデルは、Lagrange 的時間スケールの変化に柔軟に対応可能であるが、単純モンテ・カルロ法では砂粒子の追跡時間刻みと Lagrange 的時間スケールの間に束縛条件が存在し、柔軟性に欠ける。

(8) 先の  $k-\varepsilon$  乱流モデルによる数値シミュレーション結果を用いて、砂漣上の振動流・一方向流共存場における Lagrange 的時間スケールの時空間的分布を推定したところ、Lagrange 的時間スケールが大きく変化していることが明らかとなった。したがって、Lagrange 的時間スケールの変化に柔軟に対応可能な1次元マルコフ過程モデルが有効であるものと結論された。

(9) 1次元マルコフ過程モデルを用いて、浮遊砂雲の移動軌跡上の各点から出発した砂粒子の運動を追跡し、浮遊粒子の沈降位置の分布を推定した。非対称砂漣の場合に実験を通じて確認されていた砂漣の上流方向への進行は、浮遊砂雲を移動拡散源として取り扱った場合のシミュレーション結果により説明される。

(10) 確率過程モデルと拡散方程式の等価性を利用して、流れ場の数値シミュレーション結果と砂粒子のモンテ・カルロシミュレーション結果から Schmidt 数の推定を試みた。Schmidt 数は時空間的に大きく変化し、その変化は特に底面付近で顕著であることが明らかとなった。すなわち、乱れ場の特性と砂粒子の運動特性とを考慮に入れた Schmidt 数の推定が重要である。

(11) 生成項を有する Murphy 型の拡散方程式により、浮遊砂雲からの浮遊砂生成を考慮した濃度場の

数値シミュレーションを実施した。シミュレーションを通じて浮遊砂雲の濃度形成における役割の重要性が再確認されるとともに、濃度の点計測から得られた濃度時系列の再現についてもシミュレーションの有効性が確認された。

## 参 考 文 献

- 1) 砂村継夫・坂東浩造・堀川清司：非対称砂漣上での砂移動機構と漂砂量に関する実験的研究，第25回海岸工学講演会論文集，pp.250-254，1978.
- 2) 沢本正樹・山口清一：進行波による砂漣上の境界層流れおよび浮遊砂に関する研究，東京工業大学研究報告，No.23，pp.1-30，1978.
- 3) Sunamura : A laboratory study on-offshore transport of sediment and a model for eroding beaches, Proc. 17th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.1051-1070, 1980.
- 4) 早川典生・多仁正芳・涌井正樹：砂漣上の砂移動機構と岸沖漂砂量式の検討，第32回海岸工学講演会論文集，pp.228-292，1985.
- 5) 沢本正樹・山口清一：波によって生じる砂漣近くの流れのモデル化と浮遊砂濃度の算定法，土木学会論文報告集，第288号，pp.107-113，1979.
- 6) 榊山 勉・三村信男・渡辺 晃：砂漣上の振動流境界層に関する実験的研究，第28回海岸工学講演会論文集，pp.237-241，1981.
- 7) 佐藤慎司・下迫健一郎・渡辺 晃：レーザ・ドップラ流速計による砂漣上の振動流境界層の解明，第33回海岸工学講演会論文集，pp.223-227，1986.
- 8) 池田駿介・堀川清司・中村広昭・野口賢二：砂漣上の振動流境界層の時空間構造に関する実験的研究，土木学会論文集，第423号，pp.161-170，1990.
- 9) 佐藤慎司・上原啓史・渡辺 晃：乱流モデルによる砂漣上の振動流境界層の数値シミュレーション，第32回海岸工学講演会論文集，pp.26-30，1985.
- 10) 辻本剛三・早川典生・市山 誠・福島祐介：砂漣を有する海底上の乱流構造に関する研究，土木学会論文集，第423号，pp.141-150，1990.
- 11) Shibayama, T. and Horikawa, K.: Sediment transport and beach transformation, Proc. of ICCE, 18th, pp.1439-1458, 1982.
- 12) 八木 宏・小川由信・首藤伸夫：波・流れ共存場における漂砂機構に関する実験，第32回海岸工学講演会論文集，pp.293-296，1985.
- 13) 渡辺 晃・先灘正成・磯部雅彦：波・流れ共存場における砂漣形状と漂砂量，海岸工学論文集，第36巻，pp.299-303，1989.
- 14) 田中 仁：波・流れ共存場における乱れと壁面摩擦に関する研究，第32回海岸工学講演会論文集，pp. 31-35,1985.

- 15) Ismail Aydin・首藤伸夫：振動流境界層への  $k-\epsilon$  モデルの適用，第33回海岸工学講演会論文集，pp.41-45, 1986.
- 16) 浅野敏之・五道仁実・岩垣雄一：低 Reynolds 数乱流モデルの底面振動流境界層への適用，第33回海岸工学講演会論文集，pp.51-55, 1986.
- 17) Patankar, S.V.: Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences, Hemisphere Publishing Corp. /McGraw-Hill Book Company, 1980.
- 18) P.G. Pena-Santana・渡辺 晃・磯部雅彦：振動流境界層における流れと浮遊砂移動の数値シミュレーション法の検討，海岸工学論文集，第37巻，pp.264-268, 1990.
- 19) Launder, B.E. and Spalding, D.B.: The numerical computation of turbulent flow, Computer Method in Applied Mech. and Eng., vol. 3, pp.269, 1974.
- 20) 沢本正樹：波状底面上の半無限領域の写像関数，土木学会論文集，第216号，pp.29-35, 1978.
- 21) 田中 仁・首藤伸夫：波状曲面上の一方向流を伴う振動流に関する実験，第31回海岸工学講演会論文集，pp.301-305, 1984.
- 22) Rodi, W.: Turbulence Model and Their Application, IAHR, Delft, 1980.
- 23) Patankar, S.V. and Spalding, D.B.: A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, Int'l. Jour. Heat Mass Transfer, 15, pp.1787, 1972.
- 24) Gosman, A. D. and Ideriah, J. K.: TEACH-T, A General Computer Program for Two-Dimensional, Turbulent, Recirculating Flows, Dept. of Mech. Eng., Imperial College of Technology, London S. W. 7, 1976.
- 25) Yalin M.S. and B.M. Krishnappan : A probabilistic method for determining the distribution of suspended solids in openchannels, Proc. IAHR Int'l Symp. on River Mechanics, A52-1-A52-12, 1973.
- 26) Li R.-M. and H. W. Shen : Solid particles settlement in open-channel flow, Jour. Hydraul. Div., ASCE, Vol.101, HY7, pp.917-931, 1975.
- 27) Bechteler, W. and K. Farber : Stochastic models of suspended solid dispersion, Jour. Hydraul. Div., ASCE, Vol. 111, No.1, pp.64-78, 1985.
- 28) 吉川秀夫・石川忠晴：流砂運動のモデル化とそれに基づく流砂量の算定法について，土木学会論文報告集，第269号，pp.53-63, 1978.
- 29) 芦田和男・藤田正治：平衡および非平衡浮遊砂量算定の確率モデル，土木学会論文集，第375号，pp.107-116, 1986.
- 30) Hinze, J. O.: Turbulence, McGraw-Hill, pp.353-354, 1959.
- 31) Rodi, W.: A new algebraic relation for calculating the Reynolds stress, ZAMM, Vol.56, pp.219-221, 1976.

- 32) Hall, C.D.: The simulation of particle motion in the atmosphere by numerical random-walk model, M.J.R. Met. Soc., 101, pp.235-244, 1975.
- 33) Murphy, P.J.: Equilibrium boundary condition for suspension, Jour. Hydraul. Div., ASCE, Vol. 111, No. 1 pp.1613-1640, 1984.
- 34) 辻本哲郎: 乱流による土砂輸送—浮遊砂の拡散係数に関する検討, 第30回水理講演会論文集, pp. 637-642, 1986.

## 記号表

本章で用いた記号を以下に列举する。

$a_{ij}$	= 砂漣上の曲線座標系の写像関数のパラメータ
$A_r$	= 対数則の定数 (=8.3)
$A_2, A_3$	= 砂粒子の2次元・3次元形状係数
$c_L$	= Lagrange 的時間スケールに関する Hall の式中の定数
$c_Y$	= 代数応力関係の定数 (=1.5)
$C$	= 浮遊砂濃度
$C_{cl0}$	= 浮遊砂雲の初期含有浮遊砂濃度
$C_D$	= 抗力係数
$C_M$	= 付加質量係数
$C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_\mu$	= 標準 k- $\varepsilon$ モデルの経験定数
$d$	= 砂粒径
$d_0$	= 水粒子軌道直径
$d_{cl}$	= 浮遊砂雲の「核」の直径
$E[ ]$	= 平均
$f_r$	= 流速のランダム成分の結合確率密度関数
$f_{Ru}, f_{rv;ru}$	= 流速のランダム成分の周辺分布の確率密度関数
$f_s$	= 浮遊粒子の存在高さの確率密度関数
$g$	= 重力加速度
$g_\xi, g_\eta$	= 重力加速度の $(\xi, \eta)$ 成分
$G$	= 乱れエネルギーの発生率
$h_1, h_2, h_{fq}$	= 座標変換の1次基本量
$H_r$	= 砂漣の波高
$k$	= 乱れエネルギー
$k_p$	= 第1格子点における乱れエネルギー



$k_r$	= 砂漣の波数 ( $=2\pi/L_r$ )
$k_s$	= 等価砂粗度
$k_{0s}$	= 砂粒子の乱れに対する応答性を示すパラメータ
$L_l$	= 流速変動の長さスケール
$L_r$	= 砂漣の波長
$N_d$	= 沈降粒子数
$r$	= 標準正規乱数
$r_u, r_v$	= 1次元マルコフ過程モデルのランダム成分
$R$	= Lagrange 的自己相関係数
$u, v$	= 流速の変動 (乱れ) 成分
$u_{cl}$	= 浮遊砂雲の「核」の移動速度ベクトル
$u_d$	= 浮遊粒子の速度ベクトル
$u_f$	= 砂粒子周囲流体の流速ベクトル
$u_*$	= 摩擦速度
$U, V$	= 平均流速の主流方向成分とそれに直行する成分
$U_m$	= 断面平均流速
$U_{OR}, V_{OR}$	= 平均流速の ( $\xi, \eta$ ) 成分
$U_p$	= 第1格子点における平均流速
$P$	= 平均圧力
$P_{ij}$	= Stress production
$q_{cl}$	= 浮遊砂雲の体積
$q_{scl}, q_{scl0}$	= 浮遊砂雲の浮遊砂含有量とその初期値
$q_{T*}$	= 無次元周期平均全流砂量
$Re$	= Reynolds 数
$S_{cl}$	= 浮遊砂雲による生成項
$S_c$	= Schmidt 数
$S_\phi$	= 保存則型の方程式の生成項
$T$	= 振動流の周期
$T_D$	= 浮遊砂雲の寿命時間
$T_L$	= Lagrange 的時間スケール
$t_{dcl0}$	= 浮遊砂雲の移動開始時刻
$V_l$	= 流速変動の速度スケール
$w_0$	= 砂粒子の沈降速度
$x, y$	= 主流方向軸とそれに直行する座標軸
$\alpha_{cl}$	= 浮遊砂雲の浮遊砂含有量に関する定数

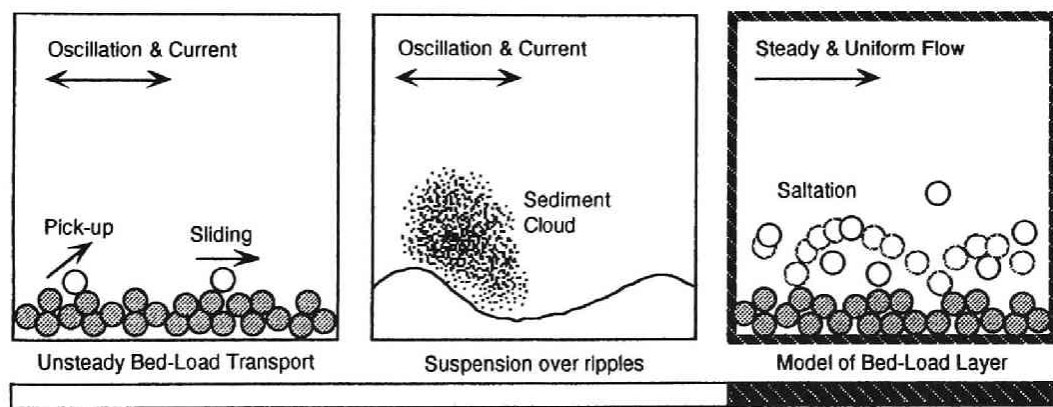
$\alpha_{ru}, \alpha_{rv}, \alpha_r$	= Lagrange 的自己相関係数
$\beta_{dcl}$	= 浮遊砂雲の浮遊砂含有量に関する定数
$\gamma$	= 流速のランダム成分の自己相関係数
$\gamma_{pr}$	= 代数応力関係の定数 (=0.6)
$\Gamma$	= 有効粘性係数
$\Gamma_{sx}, \Gamma_{sy}$	= 浮遊砂の拡散係数の鉛直，水平成分
$\Gamma_\phi$	= 保存則型の基礎方程式の定数
$\delta_{ij}$	= Kronecker delta
$\Delta t$	= 砂粒子の追跡時間スケール
$\varepsilon$	= エネルギー逸散率
$\varepsilon_p$	= 第 1 格子点でのエネルギー逸散率
$\varepsilon_s$	= 浮遊砂の拡散係数
$\zeta_{cl}$	= 浮遊砂雲の移動継続時間
$\theta_{rj}$	= 砂漣上の曲線座標系の写像関数のパラメータ
$\kappa$	= Karman 定数
$\nu$	= 動粘性係数
$\nu_t$	= 渦動粘性係数
$\xi, \eta$	= 砂漣上の曲線座標の方向成分
$\xi_r, \eta_r$	= 流速のランダム成分に関する正規確率変数
$\Xi_s$	= 砂粒子の追跡時間スケールと Lagrange 的時間スケールの比
$\rho$	= 水の密度
$\sigma$	= 砂粒子の密度
$\sigma_{cl}$	= 浮遊砂雲の「核」の密度
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	= 標準 k- $\varepsilon$ モデルの経験定数
$\sigma_{ru}, \sigma_{rv}$	= 流速のランダム成分の標準偏差
$\sigma_\xi$	= 浮遊粒子の $\Delta t$ 秒間の拡散幅
$\phi$	= 保存則型の基礎方程式の変数
$\chi_{cl}$	= 浮遊砂雲に含まれる浮遊砂の「核」周りの存在確率密度
$\psi_{max}$	= Shields 数の最大値

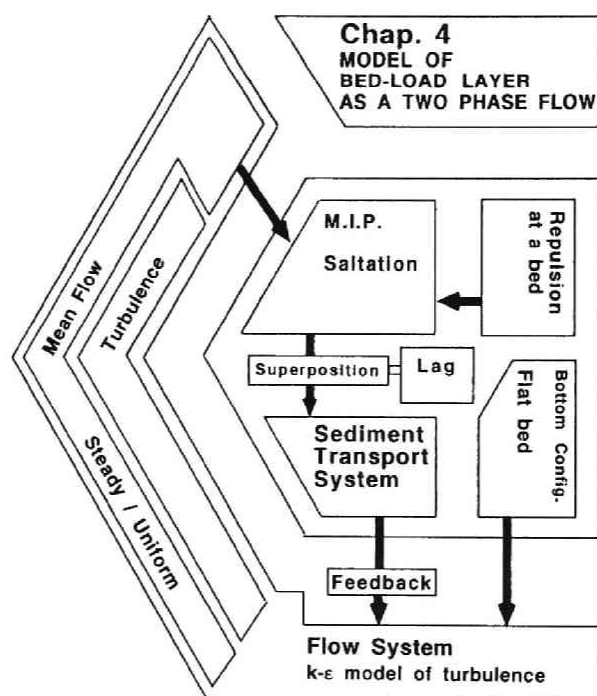


## 第4章

---

### 掃流過程における粒子系と流れ系の相互作用に関する研究





## 4.1 概説

本章では、掃流過程が確率論的側面と決定論的側面の両方を有する点に注目して、定常等流下の掃流過程についての既往の研究を概観し、個々のモデルの特徴を整理して、粒子系と流れ系の相互干渉の取扱いが、砂粒子の河床面における不規則な衝突・反発とともに、掃流過程記述の重要な鍵であることを示す。さらに、粒子系と流れ系の相互作用のモデル化に関する既往の研究を概観して、研究の位置づけを明らかにする。

### 4.1.1 掃流過程のモデル化に関する従来の研究と確率モデル

定常等流下の掃流過程は、[1] 掃流層の存在と [2] 掃流粒子と河床突起との不規則衝突とに特徴づけられる。

掃流砂は通常、砂粒径の数倍程度の厚さを有する掃流層を形成して流送され、河床面付近にのみ集中的に存在するが、このような空間的偏在効果のために掃流層内では粒子・流体間や粒子間の相互作用が卓越し、流れ場の構造が変化しているものと考えられる。すなわち、流れ系は粒子に運動量を供給して粒子系の運動を維持しているから、その反作用として運動量の損失が流れ系に生じ、流速分布が掃流層内で欠損しているものと推察される。このように、[1] 掃流層の存在は、流れ場に構造の変化をもたらす効果を有しており、粒子・流体間の相互作用の重要性を増す働きをしているものと考えられる。

一方、[2] 掃流粒子と河床突起との不規則衝突は、掃流過程の根幹を成す重要かつ本質的な事象である。掃流砂は河床構成材料との交換を繰り返しながら流送されるものであるが、平衡状態において河床構成材料との交換が生じるには、移動中の掃流粒子が一定の割合で停止する必要がある。この意味から、平衡流砂量の存在は停止事象の存在と同義であると言える。停止事象は、河床突起との衝突により掃流粒子の運動量が低減するために生起するが、河床突起の幾何的特性が確率的であるため停止事象も確率的となる。なお、この確率的停止事象の存在は、非平衡掃流砂過程を理論的に裏付けるものとして、種々の非平衡現象の説明に有効であることは、2.1 節にも述べた通りである。

これまでの議論で、[1] 掃流層の存在は、[A] 粒子・流体間の相互作用の重要性を増加させる効果をもたらす、[2] 掃流粒子と河床突起との不規則衝突は、[B] 停止事象（あるいは掃流過程自体）を確率的にする効果をもたらすことが示された。一般に、掃流砂礫数密度が小さいとき、[A] の影響は無視できるほど小さく、個々の掃流粒子が清水流中で運動する状況を想定して [B] の効果のみを考慮すれば十分である。一方、掃流砂礫数密度が大きいとき、[A] が顕著となり流れ場の構造が砂粒子混入の影響を受けて変化するが、この場合でも [B] の効果は無視することはできないはずである。なぜなら、先に述べたように、bed material load における平衡流砂量の存在は、停止事象の存在と表裏一体であり、一定の掃流力の作用下において停止事象が生起することがなければ、平衡流砂量が存在しないか河床構成材料との交換現象が存在しないかの何れかとなり、重大な矛盾を生じる結果となる。

言い換えると、いかなる水理条件においても平衡流砂量が存在するには、[B] の効果が常に有効でなけ

ればならず、現実には、掃流砂礫数密度の増加により掃流層内の流速が減少し、掃流粒子に作用する流体力が減少して、[B] の効果が有効であるように流れ場が自己調整されるものと考えられる。

次に、既存の流砂モデルにおいてこれらのメカニズムがどのように表現されているかを概観することとする。2.1 節に述べたように、掃流砂モデルには、(A) Kalinske<sup>1)</sup> 型モデル、(B) Einstein<sup>2)</sup> 型モデル、(C) Bagnold<sup>3)</sup> 型モデル、(D) 連続体モデルなどがある。

(A) Kalinske 型モデルの発展型である芦田・道上<sup>4)</sup> 式においては、掃流砂礫数密度の評価において、掃流層内のせん断応力を粒子系の負担分と水流の負担分とに分割し、河床底面における水流の負担分がほぼ限界掃流力に一致しているとの仮説を導入して河床底面における粒子系による負担分を評価することにより、掃流層に関するマクロな力の釣合から掃流砂礫数密度を算出している。ここで導入された河床底面における水流の負担分が限界掃流力程度であるとの仮説は、流れ場が掃流粒子を運動させるのに運動量を消費するという構造を考慮したものであり、せん断力の負担分の評価法には問題があるが、マクロな扱いながら、流れ場の構造変化が考慮されている点には十分な意義がある。ただし、Kalinske 型のモデルであるかぎりには河床構成材料と掃流砂礫との交換現象がモデル化されていないため、停止事象を陽に表現することはできず、非平衡現象の説明には無力である。

(B) Einstein 型のモデルは、単一掃流粒子の運動過程を確率論的にとらえて、それらの重畳として掃流過程の全体像を記述するというコンセプトを有しているため、河床構成材料と掃流砂礫との交換現象が陽に表現可能であり、河床面との接触に起因する種々の非平衡現象に対して良好な説明を与えることが可能である。Einstein による初期の確率モデルでは、構成要素の確率的特性を実験値の統計処理により把握することが主であったが、中川・辻本<sup>5)</sup> は重畳積分型の流砂量式を導いてモデルの構成要素の物理的意味付けを明確化するとともに、それまでの決定論的力学モデルと確率モデルの融合を図って、構成要素の合理的推定を試みている。決定論的力学モデルと確率モデルの融合は、必然的にモデルの複雑化をもたらし、解析的手法の適用が困難となるに至って、確率モデルによる砂粒子の運動過程の数値シミュレーションが行われるようになった。辻本・中川<sup>6)</sup> は、不規則継続跳躍(irregular successive saltation)モデルを用いて掃流過程を模擬しており、関根・吉川<sup>7)</sup> は、辻本・中川のモデルを3次元に拡張したシミュレーションを行っている。

このように、Einstein 型のモデルは、掃流粒子と河床面との接触を良好かつ詳細に表現することが可能であるが、かなり詳細な運動機構が考慮されているにも関わらず、step length の定量評価に関しては必ずしも十分とは言えない現状である。これまでの確率モデルによるシミュレーションでは、粒子混入による流れの構造変化は考慮されていないため、たとえ掃流砂礫数密度が増加しても流速が低減することはなく、先に述べた流れ場の自己調整機能が有効に作用しない構成となっており、このことが step length の定量評価を困難なものとする一因となっている。

(C) Bagnold のモデルは、水流の仕事による砂礫の運搬という極めてマクロな考え方で流送過程をモデル化しており、微視的な流砂機構を対象とするものではないので、(A),(B) と比較して議論するのは適当ではない。

次に、江頭・芦田ら<sup>8)</sup> は、掃流砂の運動を固体粒子と水の混合物からなる連続体として表現し、連続

体の支配方程式を用いて掃流運動を解析している。彼らのモデルでは、エネルギー散逸構造すなわちせん断応力分布の内訳が問題であるが、土石流の研究で蓄積された成果をもとに、粒子と水流の負担分を流速勾配および濃度と関係づける評価が行われている。このモデルは、粒子系・流体系を別々に認識するのではなく、固体粒子と水の混合物からなる連続体として一括して表現する単相流モデルであるが、連続体力学の体系から掃流層を理解しようとしている点は合理的である。また、計算面でも比較的簡便であるなどの利点を有しているが、単相流モデルであるため、砂粒子と河床面との相互作用を扱うことはできず、離散的な単一粒子の運動が卓越する掃流砂礫数密度が小さい領域への適用性には問題がある。

以上のモデルの内、単一砂粒子の運動に関する特性量を用いて粒子群の運動を記述するモデルは、(A) Kalinske 型と (B) Einstein 型のモデルであるが、以上の議論で、モデルの構成の相違と長所・短所が明らかとなった。すなわち、Kalinske 型のモデルでは、[a] 粒子・流体間の相互作用についてマクロな観点からではあるが考慮されているのに対して、Einstein 型のモデルでは考慮されていない。一方、Kalinske 型のモデルではモデルの構成上、[b] 停止事象を陽に扱うことは不可能であるが、Einstein 型のモデルでは停止事象を詳細に記述可能である。Kalinske 型のモデルが停止事象を扱うことができない原因が、モデルの構成にあるのに対して、Einstein 型のモデルが粒子・流体間の相互作用をこれまで扱ってこなかった原因は、モデルの構成にあるのではなく、扱いの煩雑さにある。したがって、Kalinske 型のモデルを拡張して停止事象を取り扱うことが不可能であるのに対して、Einstein 型のモデルでは、多少の煩雑さを容認すれば、粒子・流体間の相互作用を扱うことは可能である。

以上の点に鑑み、本研究では、Einstein 型の確率モデルを基礎に、粒子系・流体系の相互作用を考慮して流れ構造の変化を考慮した数値シミュレーションを実施して、掃流層における流体系・粒子系の構造推定を試みる。

#### 4.1.2 粒子系と流れ系の相互作用に関する既往の研究

粒子系・流体系の相互作用を考慮するには、固液二相流的な取扱いが必要となるが、ここでは、辻<sup>9)</sup>による固気混相流モデルの分類を参考にして、固液混相流的観点から流砂モデルを概観する。固液二相流のモデルは、固相の取扱いの相違から [1] Euler 型と [2] Lagrange 型とに分類されるが、前者が固相を連続体として取り扱うのに対して、後者は固相を離散的な粒子の集合体と見なし個々の粒子の運動を追跡する立場をとるものである。

液相は、分子レベルでは離散的な分子の集合体ではあるが、流体力学では一般に連続体として取り扱われる。[1] Euler 型のモデルは、この考え方を固相に適用したものであって、微細粒子が十分に均質に含まれた固液混相流を表現するのに適切なモデルであると言える。さらに、Euler 型のモデルは、[a] 一流体モデルと [b] 二流体モデルに分類されるが、この内 [a] 一流体モデルは、固相・液相をまとめて一つの新しい流体として取り扱うものであり、粒子混入の影響は見かけの粘性の変化や構成関係の変化（非 Newton 流体化）として表現される。土石流におけるビンガム流体モデルやダイラタント流体モデルがこの範疇に属する。[b] 二流体モデルにおいては、固相・液相をそれぞれ一つの流体と見なし、混相流体が二つの異なる流体により構成されるとするものである。このモデルは、(i) 固相・液相の各々の支配方



程式に相互干渉項を導入することにより干渉効果が比較的簡単に表現可能であること、(ii) 離散化・数値解法の手法も単相流のものをそのまま適用可能であることなどの利点を有し、[a] 一流体モデルより詳細に混相流の構造を表現可能であるためシミュレーション手法としてよく用いられる。例えば、福岡・福岡<sup>10)</sup>は、浮遊砂を含む流れの構造を二流体モデルを用いて検討している。

Euler 型のモデルは、微細粒子が均質に分散している場合に優れた適用性を有するものと考えられるが、粗大粒子の混入や粒子の離散的運動特性の影響などが無視できないと判断される場合には、モデルの仮定が満足されないため適用困難と考えられる。このような場合には、粒子系を離散的にとらえて、多くの粒子運動の追跡結果を統計処理することにより固相の特性を記述する [2] Lagrange 型のモデルが有効となる。

砂粒子は流れから運動量の供給を受けることにより運動を持続しているが、流れが単一の砂粒子に供給する運動量は流れの全運動量のわずかな部分に過ぎず、単一砂粒子の運動を維持することで流れが受ける影響は無視できるくらい小さい。一般に、砂粒子の濃度がある程度より低ければ、流れは粒子の存在による影響をあまり受けないと考えられるので、流れ場を清水流で近似し、与えられた流れ場における砂粒子の運動にのみ注目すれば良いこととなる。このような場合には、粒子系（固相）から流れ系（液相）へのフィードバックがなく、流れ系から粒子系への影響のみが考慮されることとなるので、影響が一方的であるという意味で、"one-way method"<sup>9)</sup>と呼ばれる。掃流層を扱う場合でも、掃流力が小さい場合はこの手法が有効であり、辻本・中川<sup>6)</sup>、関根・吉川<sup>7)</sup>の不規則継続跳躍モデルによるシミュレーションは、この範疇に属する。

ところが、掃流力の増加にともない、砂粒子の濃度が増加し、砂粒子混入が流れに与える影響が無視できないものとなり、流れ系・粒子系の相互の影響を考慮することが必要となる。この場合には、"one-way method"では考慮されなかった粒子系から流れ系へのフィードバックが考慮され、影響が双方向的であるということから、"two-way method"<sup>9)</sup>と呼ばれる。これまで、砂粒子濃度の高い領域への確率モデルの適用には、運動量保存則の面からは不十分であるとの指摘もあり、確率モデルは砂粒子濃度がある程度より低いときのみ適用可能であるとされてきたが、この手法は、粒子系を離散的にモデル化しつつ粒子系から流れ系への影響も考慮できるために、高濃度の粒子混入時における確率モデルの適用に道を開くものとして位置づけられる。最近、岩佐・細田<sup>11)</sup>は、粒子混入による流れの構造変化を考慮した滑面上流れの数値シミュレーションを実施し、流速分布や抵抗係数の変化について検討している。彼らの研究では、流れ構造の変化に重点が置かれ、粒子系の構造変化については移動速度についての検討が行われている程度である。本研究は、粗面上の掃流過程を対象として、粒子系の構造変化を重視する立場から、saltation 特性の変化について詳細に検討を行うものである。

## 4.2 saltation 粒子の運動特性に関する実験

本節では、掃流層内の砂粒子の運動特性を把握する目的で実施された saltation 粒子の運動特性に関する実験について、その概要を述べるとともにデータ解析の方法についての説明を加える。本実験で得られたデータは、以下の節において数値シミュレーション結果と比較され、saltation の特性に関する考察が加えられるので、内容の重複を避けるため、実験データの示す特性に関する考察については、以下の章におけるシミュレーション結果の考察の際に併せて行うこととして、本節では、実験および解析方法について概観するに止める。

### 4.2.1 実験の概要

実験は、Fig. 4.1 に示す長さ 9m、高さ 32cm、幅 33cm、最急勾配 1/27 のアクリル製長方形断面水路を用いて行われ、saltation 粒子の運動が CCD ビデオカメラにより側方より撮影された。画像解析の際の saltation 粒子判読の容易さに配慮して、木製の仕切板を設置して水路幅を 12cm に狭めて実験を行った。水路の上流端より 1.8m の区間を縮流部として、水路幅を漸縮させてある。実験に用いた粒子は、粒径  $d=0.5\text{cm}$ 、比重  $\sigma/\rho=2.60$  のガラス・ビーズであり、水路底面には実験に用いたものと同じのガラス・ビーズ敷き詰めた粗面固定床を縮流部の下流から 7.2m にわたり設置している。流量は、パーソナル・コンピュータにより制御され、定常流を安定して通水することが可能である。給砂は上流端で行われ、砂粒子投入に伴う流れへの影響が最小限に止められるように慎重に給砂した。

まず、実験条件決定のための予備的検討として、清水流の流速分布の計測を行い、摩擦速度  $u_*$  を求めてから無次元掃流力  $\tau_* (=u_*^2/(\sigma/\rho-1)gd)$  を算出し、スイス公式<sup>12)</sup>

$$q_B = 8\tau_*^{3/2} \left( 1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} \right)^{3/2} \quad (4.1)$$

を用いて流砂量を算出してこれに見合う量を上流端より給砂した。ここに、 $\tau_{*c}$ : 無次元限界掃流力である。実験条件を Table 4.1 に示す。表中の記号は、 $I_e$ : エネルギー勾配、 $h$ : 水深、 $q$ : 単位幅流量、 $U_m$ : 平均流速、 $F_r$ : Froude 数、 $R_{e*}$ : 砂粒 Reynolds 数、 $d$ : 砂粒径、 $g$ : 重力加速度である。

なお、画像解析の容易さに配慮して、ガラス・ビーズの一部を白色のインクで着色し、無着色のガラス・ビーズと均等に混合して用いることとした。撮影区間は 30cm×20cm の大きさであり、上流端より 6.5m の地点に設けられた。

### 4.2.2 解析方法

本実験で用いた CCD ビデオカメラは、1/1000 秒の電子シャッターを装備しているため、本実験の条件下においても極めて鮮明に粒子をとらえることができるが、本実験で対象とするのは掃流力が大きい領域であり、saltation 粒子は高速で移動しているのに加えて、多数の粒子が底面付近に集中して運動する

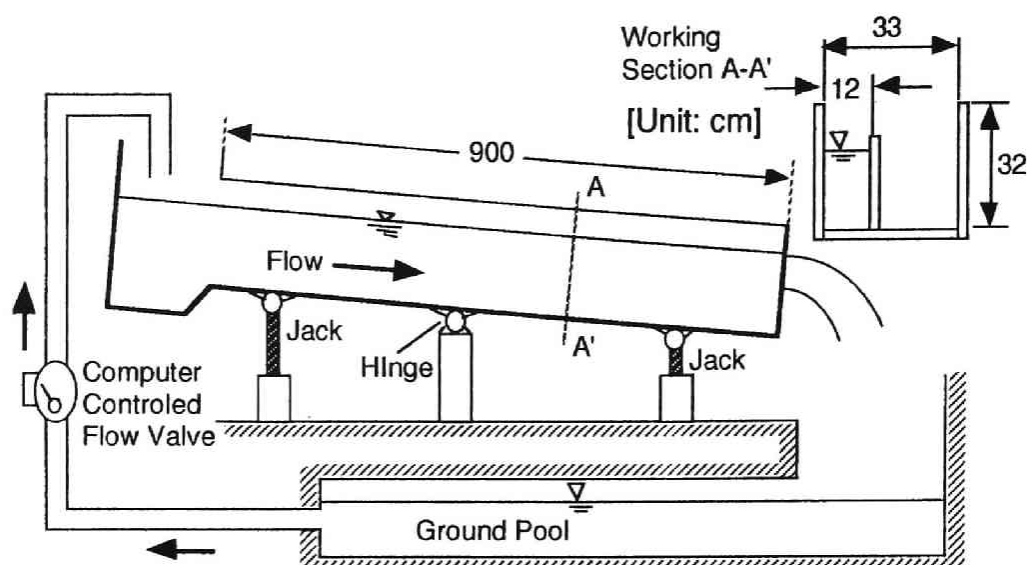


Fig. 4.1 実験水路

Table 4.1 実験条件

Run	$l_e$	$h(\text{cm})$	$q(\text{cm/s})$	$U_m(\text{cm/s})$	$u_*(\text{cm/s})$	$\tau_*$	$F_r$	$Re_*$
1	0.02	3.91	425.0	108.70	9.52	0.11	1.75	5435
2	0.02	8.29	1200.0	144.75	13.56	0.23	1.61	7237

ために軌跡が重なりあうこともあり、コマ送りで画像解析を行う際に個々の粒子の判読が困難である。そこでシャッタースピードを故意に遅らせて露出時間 1/50 秒とし、粒子の移動軌跡を帯状の残像として記録することとした。サンプリング数は約 1000 である。

静止画像から 1 コマ間の移動軌跡を全ての着色粒子について読みとって、砂粒子の存在高さとして 1 コマ間の変位を記録した。変位を露出時間で除した値が、移動速度である。得られた値は、後述の計算格子に合わせて底面から水面に向かって密から粗になるように高さ方向に 16 分割された不等間隔格子を考慮して、格子ごとに平均化され、砂粒子の鉛直方向存在確率密度と移動速度の水平成分についてのデータとしてまとめられた。

### 4.3 掃流層における流れ系・粒子系の相互作用のモデル化

掃流過程の本質である河床面との不規則な接触をモデル化するには、確率モデルが最も適当であることは議論の余地の無い事実であるが、4.1 節においても明らかなように、確率モデルの高濃度掃流層に対する適用性に十分な保証がないのもまた事実である。これは、確率モデルを用いる際の仮定の一つであった清水流近似の適用性に疑問があるためであり、清水流を仮定せずに粒子系と流れ系の相互作用を考慮したモデルを用いることにより、高濃度掃流層に対する確率モデル適用の可能性が期待される。本節では、Euler-Lagrange couplingの手法である PSI-Cell(Particle-Source-In-Cell)<sup>13)</sup> 法を用いて、連続体としての流れ系と離散的粒子群としての粒子系の相互干渉を表現して、固液混相流としての掃流層のシミュレーションモデルを構築するものである。

#### 4.3.1 モデルの概要

本節では、掃流層を Lagrange 型の "two-way method" により記述することを目的として、流れ系・粒子系の相互作用をモデル化する。掃流粒子の運動形態には、転動・滑動・saltation があるが、saltation は掃流力の変化に対して広範囲に有効な運動形態であり、特に掃流力が大きい領域では saltation が卓越することが知られているので、ここでは粒子系のモデルとして、河床面との不規則な衝突・反発を考慮した 2 次元反発モデルを組み込んだ不規則連続跳躍 (irregular successive saltation) モデル<sup>6)</sup> を採用する。掃流層内の砂粒子の運動を模式的に示したのが Fig. 4.2 である。掃流粒子は、単一の(individual) saltation 運動と不規則な幾何形状を有する河床面との衝突・反発 (repulsion) を繰り返しつつ流送される。saltation 軌跡自体は河床面での反発時の初速度を初期条件とする決定論的な運動方程式により記述可能なものであるが、河床面での反発時の初速度が河床面の不規則性の影響で確率的となるため、saltation の運動軌跡も確率分布する。モデル化に際しては、このような saltation の特性に鑑み、individual saltation を決定論的に、河床面との反発事象を確率論的に取り扱う方法がとられる<sup>6)</sup>。また、saltation 粒子どうしの衝突が生じる際には、非弾性衝突に起因する運動量損失と運動量ベクトルの方向の変化が生じると考えられる。

Fig. 4.3 は、掃流層を構成するサブシステムの関係を示したものである。流れ系は saltation 粒子に運動量を供給し、saltation 粒子は流れ系から運動量を奪って運動を継続し、河床面と衝突する。河床面との衝突は、[1] saltation 粒子の運動量の水平方向成分を鉛直方向成分に変換して saltation 粒子の運動を維持するとともに、[2] 非弾性衝突にともなう運動エネルギーの損失を生じさせる。さらに、掃流砂礫数密度が大きい場合には粒子間衝突の影響が無視できず、衝突の際には、[1] 非弾性衝突に起因する運動エネルギーの損失と[2] 運動量ベクトルの方向の変化が生じると考えられる。粒子間衝突の頻度は掃流砂礫数密度の増加にともない増加するが、数密度がそれほど高くない領域では粒子間干渉もそれほど支配的ではないものと推察される。また多少の粒子間衝突が発生したとしても、衝突がもたらすのは砂粒子の運動エネルギーの損失と運動量ベクトルの方向の変化だけであり、運動形態そのものが saltation と異なっ

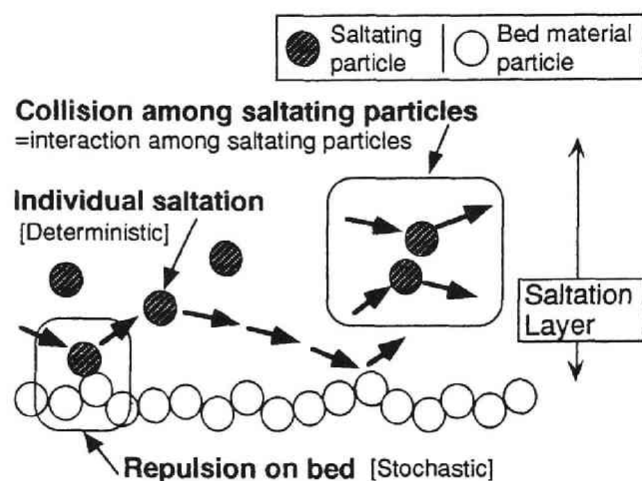


Fig . 4.2 掃流層内の粒子の運動

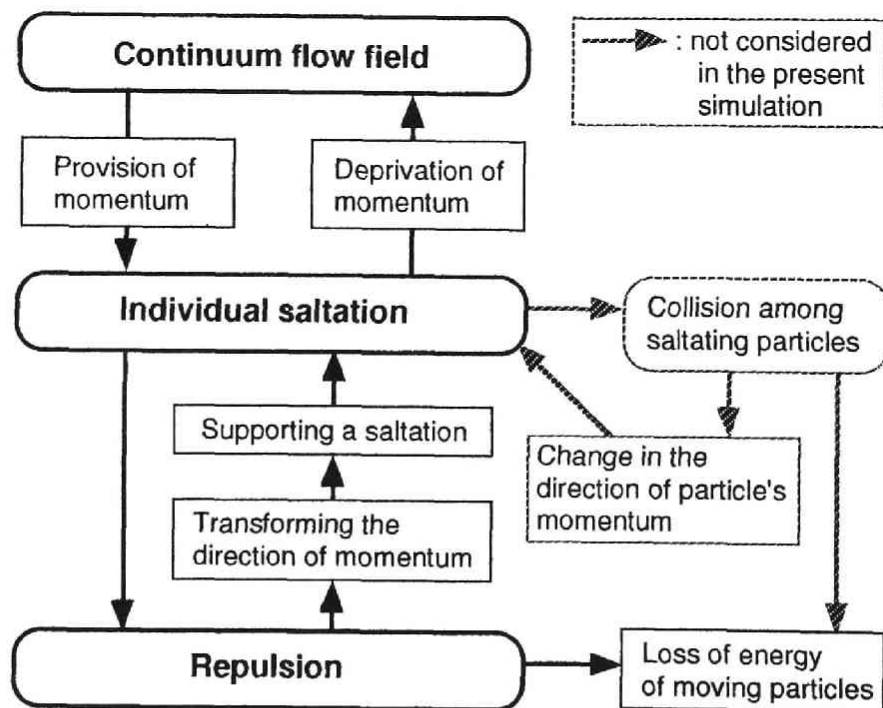


Fig . 4.3 掃流層を構成するサブシステム

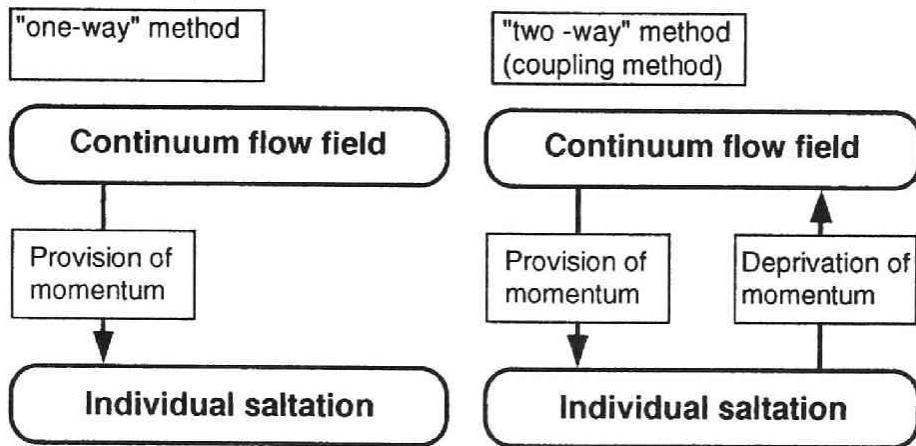


Fig. 4.4 流れ系と粒子系の相互作用の取扱い

たものに変化するわけではないから、saltation モデルを基礎に補正を行うことで対処可能であると考えられる。掃流砂礫数密度と粒子間衝突の発生頻度との関係が必ずしも明らかではないことから、議論を簡潔にして粒子系と流れ系との相互作用の影響をより明確にするため、本シミュレーションでは粒子間衝突は考慮されないが、掃流砂礫数密度と衝突の発生頻度との関係が明らかとなれば、粒子間衝突効果を考慮した拡張も可能である。なお、saltation 運動の3次元性はそれほど顕著ではないことが関根・吉川<sup>7)</sup>によっても示されていることから、本シミュレーションでは簡単のため、2次元定常等流下における掃流過程を対象とする。

Fig. 4.4 は、流れ系と粒子系の相互作用の取扱いについて、従来型の確率モデルによるシミュレーションと本シミュレーションの相違をまとめたものである。従来型のシミュレーションは、流れ系から砂粒子への一方的な運動量供給のみを考える "one-way method" であり、流れ系は砂粒子に運動量を供給してもその分の運動量の損失を生じない。したがって、粒子系への運動量供給はますます促進され、粒子系の運動が過大に見積もられることとなる。これに対して、本シミュレーションは、流れが粒子に供給した運動量を粒子が獲得した運動量から見積り、流れ系の運動量損失を考慮して改めて流れ系の構造を見積もるという "two-way method" であり、流れ系・粒子系の相互作用による場の構造調整の効果を含んだモデルであるため、流れ系・粒子系を含めた運動量保存則を満足し、粒子系の運動を適切に評価することができるものと考えられる。

流れ系・粒子系のモデルの構成を対照させてまとめたのが、Table 4.2 である。流れ系は連続体手法によりモデル化され、砂粒子の混入による運動量損失を表現する負の生成項 (sink term) を有する  $k-\epsilon$  乱流モデルが用いられる。粒子系には離散型のモデルが適用され、2次元反発モデルを河床面における反発事象のモデルとして組み込んだ不規則継続跳躍モデルが用いられる。粒子系のモデルは Lagrange 的な砂粒子追跡結果を統計処理して粒子系の全体像を表現するものであるが、統計処理の結果から粒子が得る運

Table 4.2 流れ系・粒子系のモデルの構成

Field	Phase	Approach	Model
Continuum flow field	Continuous phase	Eulerian approach	k- $\epsilon$ turbulent model with particle's source term
Saltating particles	Dispersed phase	Lagrangian approach	Irregular successive saltation model with two-dimensional repulsion model

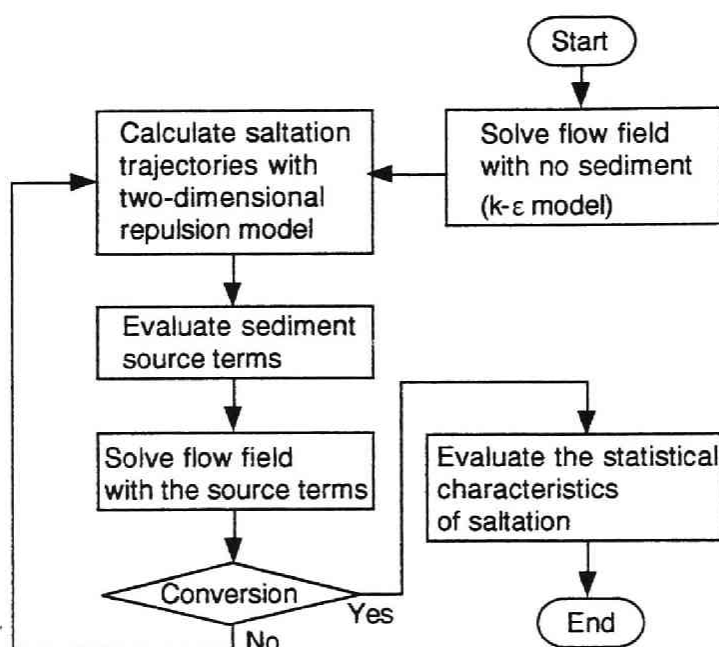


Fig. 4.5 計算の流れ

動量が算定され、ここから流れ系の失う運動量が算定されて、粒子混入による負の生成項が評価される。

シミュレーションの流れ図を、Fig. 4.5 に示す。まず初めに、清水流条件で流れ系が解かれ、得られた流速場で saltation のシミュレーションが行われる。次に saltation 軌跡に関するシミュレーションデータを統計処理して、粒子混入による負の生成項を算定し、粒子混入条件で再び流れを解く。得られた流れ場で再び saltation のシミュレーションを実行し、流れ系・粒子系の双方が収束するまでシミュレーションを繰り返し実行する。流れ系・粒子系がともに収束すれば、負の生成項の算定には無関係なものを含め

て saltation に関する特性量を統計処理し、流れ系・粒子系の相互作用を考慮した際の saltation の特性を記録する。負の生成項の評価にあたっては、Lagrange 的な粒子の追跡結果と Euler 的な流れ系の方程式とを結び付ける ( Euler-Lagrange coupling ) が必要となるが、これを具体化する方法として、PSI-Cell( Particle-Source-In-Cell ) モデル<sup>13)</sup>がある。このモデルは、まず流れ系の差分格子を設定し、個々の saltation 粒子の運動軌跡を追跡しながら、粒子が流れ系のコントロール・ボリュームを通過する度に突入時と脱出時の砂粒子の運動量の差を計算し、所定の数の saltation についてこれを繰り返して平均化処理し、コントロール・ボリュームから持ち出される運動量を見積る手法である ( 4.3.4 参照 )。

#### 4.3.2 掃流粒子を含む 2 次元流れの基礎方程式

掃流粒子を含む 2 次元流れの基礎方程式は、連続式

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (4.2)$$

運動方程式

$$\begin{aligned} U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = & g \left( \sin \theta - \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P}{\rho} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\Gamma \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \Gamma \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} + S_{PU} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \Gamma \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left( 2\Gamma \frac{\partial V}{\partial y} \right) + S_{PV} \quad (4.4)$$

乱れエネルギー  $k$  の輸送方程式

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} + G + \varepsilon \quad (4.5)$$

エネルギー逸散率  $\varepsilon$  の輸送方程式

$$U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right\} + \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} G + C_{2\varepsilon} \varepsilon) \quad (4.6)$$

から構成される。ここに、有効粘性係数  $\Gamma$ 、渦動粘性係数  $\nu_t$ 、乱れエネルギーの発生率  $G$  であり、

$$\Gamma = \nu_t + \nu \quad ; \quad \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.7)$$

$$G = \nu_t \left[ 2 \left\{ \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (4.8)$$



Table 4.3 モデル定数の標準推奨値 (標準 k-ε モデル)

$C_\mu$	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

で与えられる。x: 流下方向の座標軸, y: x 軸に直交する鉛直方向の座標軸であり,  $U, V$ : x, y に対応する平均流速,  $P$ : 平均圧力,  $\rho$ : 水の密度,  $\theta$ : 水路床が水平方向となす角度である。

運動方程式には粒子系から流れ系への影響を表す負の生成項  $S_{PU}, S_{PV}$  が付加されていることが、清水流の場合の k-ε モデルによる流れ場の数値シミュレーションと異なる点である。通常、運動方程式に付加項  $S_{PU}, S_{PV}$  が導入された場合には k 方程式にも派生的に付加項が発生し、その付加項を完結させるために新たな経験定数の導入が必要となるが、流れ場の乱流構造の詳細が不明であるため経験定数の合理的推定が困難である。そこで、流れ系と粒子系の相互干渉については、経験定数に依存せずに取り扱える運動量の輸送方程式についてのみ、負の生成項を導入することとした。このため、本シミュレーションにより得られる流れ場は、砂粒子と周囲流体の相互作用に起因する付加的な乱れエネルギーの生成がないとした場合の解に相当する。乱流構造の詳細な議論は別として、平均流場と粒子系との相互作用を問題にする場合は、砂粒子と周囲流体の相互作用に起因する付加的な乱れエネルギーの生成は副次的であると考えられるから、近似的な意味での妥当性には問題がないものと判断される。

モデル化に伴う定数については Table 4.3 の標準推奨値<sup>14)</sup>を用いることとする。

#### 4.3.3 successive saltation による粒子系のモデル化

粒子系の運動を記述する上で最も重要なのが、河床面との不規則な衝突・反発の取扱いである。ここでは、辻本・中川<sup>6)</sup>のシミュレーションモデルを基礎にして、砂粒子の追跡過程と仮想反発面傾斜角の算定過程に改良を加えた saltation モデルについて述べることとする。

saltation 粒子の運動は、運動方程式

$$\rho \left( \frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho A_2 d^2 \sqrt{(U - u_p)^2 + (V - v_p)^2} (U - u_p) \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{dv_p}{dt} = & \frac{1}{2} C_D \rho A_2 d^2 \sqrt{(U - u_p)^2 + (V - v_p)^2} (V - v_p) \\ & - \rho \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g A_3 d^3 \end{aligned} \quad (4.10)$$

を数値積分することにより追跡される。ここに、 $u_p, v_p$ : 掃流粒子の水平方向・鉛直方向の速度成分,  $C_M$ : 付加質量係数,  $\sigma$ : 砂粒子の密度,  $A_2, A_3$ : 砂粒子の2次元, 3次元の形状係数である。 $C_D$  は抗力係数であり,

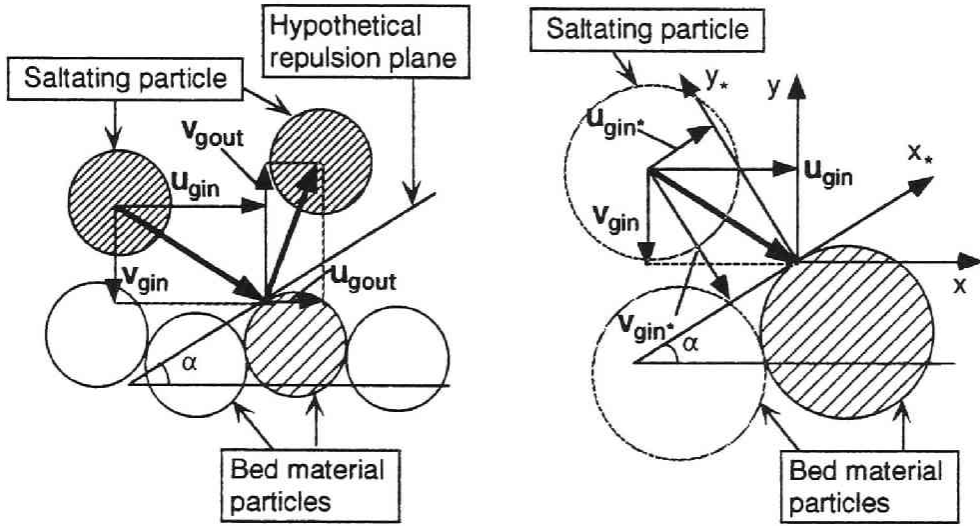


Fig. 4.6 仮想反発面と座標系

$$C_D = C_{D\infty} + \frac{24}{R_e} \quad ; \quad R_e = \frac{d\sqrt{(U-u_p)^2 + (V-v_p)^2}}{\nu} \quad (4.11)$$

により与えられる。 $C_{D\infty}$  は砂粒子の形状に依存し、球については 0.4, 自然砂については Rubey<sup>15)</sup> によると 2.0 が適当とされる。なお, saltation 運動の不規則性は、流速変動の不規則性に起因するものではなく、河床面との衝突の不規則性に起因するものであり、河床と接触しない間は決定論的な運動方程式により運動が記述されるものと定義しているので、式 (4.9), (4.10) における流速としては平均流速  $U$ ,  $V$  を用いている。

saltation 運動は、河床面との不規則な衝突に伴う不規則継続跳躍であり、河床面との不規則な衝突反発のモデル化が運動記述の鍵である。ここでは、衝突の力学モデルに仮想反発面の確率特性を組み込んだ辻本・中川<sup>6)</sup> の 2 次元反発モデルと同様に、河床構成粒子が整然と並んだ理想的な格子配列面を想定し、仮想反発面傾斜角の確率分布を誘導することを考える。

河床面との衝突に伴う砂粒子速度の変化を考えるには、速度成分を仮想反発面に固定された座標系に変換してから考えるのが都合がよい。まず、Fig. 4.6 に示すように、河床に固定された座標系  $\Psi(x, y)$  における砂粒子の速度  $(u_{gin}, v_{gin})$  と仮想反発面に固定された座標系  $\Omega(x_*, y_*)$  における砂粒子の速度  $(u_{gin*}, v_{gin*})$  とは、仮想反発面傾斜角を  $\alpha$  として、回転変換

$$\begin{bmatrix} u_{g*in} \\ v_{g*in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{gin} \\ v_{gin} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

で関係づけられる。衝突後の砂粒子の速度 ( $u_{gout*}, v_{gout*}$ ) は、座標系  $\Omega(x*, y*)$  において反発係数 ( $e, f$ ) を導入して、

$$\begin{bmatrix} u_{g*out} \\ v_{g*out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e & 0 \\ 0 & -f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{g*in} \\ v_{g*in} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

と表され、座標系  $\Psi(x, y)$  における衝突後の砂粒子の速度 ( $u_{gout}, v_{gout}$ ) は、回転変換

$$\begin{bmatrix} u_{gout} \\ v_{gout} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{g*out} \\ v_{g*out} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

と表現される。以上まとめると、仮想反発面傾斜角  $\alpha$  が既知であれば、衝突前後の砂粒子の速度の関係は、

$$\begin{bmatrix} u_{gout} \\ v_{gout} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \cdot \cos^2 \alpha - f \cdot \sin^2 \alpha & -2 \cos \alpha \sin \alpha \\ -2 \cos \alpha \sin \alpha & e \cdot \cos^2 \alpha - f \cdot \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{gin} \\ v_{gin} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

と表現される。

次に仮想反発面傾斜角の確率分布特性についてであるが、ここでは最も簡潔かつ本質的な場合として、辻本・中川<sup>6)</sup>と同様に、河床が規則正しく配列された均一粒径の粒子により構成される場合を考える。

**Fig. 4.7**に示すように、河床構成粒子の中心が全て同一面上にある場合でさえ、衝突される河床構成粒子Aに対する saltation 粒子Bの相対位置は1粒径以下の範囲の任意性を有し、このため河床反発面傾斜角は確率分布する。

仮想反発面傾斜角  $\alpha$  の算定については、衝突される河床構成粒子Aの直上流側の河床構成粒子Cによる遮蔽効果を考える必要がある。saltation 粒子の入射角  $\theta_{in} > \pi/6$  の場合には遮蔽効果が消滅するが、**Fig. 4.7**ではこの点に留意して、遮蔽効果が有効である場合と有効でない場合に分類して反発事象を模式的に示している。まず、仮想反発面傾斜角  $\alpha$  の分布範囲の上限・下限については、[a]  $\theta_{in} \leq \pi/6$  のとき、幾何的な考察から  $\alpha_{min} = -\theta_{in}$  は自明である。一方、[b]  $\theta_{in} > \pi/6$  のときは、上限・下限とも直上流・直下流の河床構成粒子により規定され、 $\alpha_{max} = \pi/6, \alpha_{min} = -\pi/6$  となる。

さらに幾何的な考察を進めることにより、仮想反発面傾斜角は入射角  $\theta_{in}$  の条件付きで、

$$\alpha = \begin{cases} \text{Arcsin} \{ (1 - \xi_0) \sin \theta_{in} - 1 \} - \theta_{in} + \frac{\pi}{2} & \text{for } \theta_{in} \leq \frac{\pi}{6} \\ \text{Arcsin} \left\{ \left( \frac{1}{2} - \xi_0 \right) \sin \theta_{in} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta_{in} \right\} - \theta_{in} + \frac{\pi}{2} & \text{for } \theta_{in} > \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (4.16)$$

で与えられる（誘導の詳細は章末の付録「仮想反発面傾斜角の解析解の誘導過程」参照）。ここに、 $\xi_0$ : (0,1) の一様乱数である。successive saltation のシミュレーションを行う際には、河床に砂粒子が衝突するたびに衝突直前の速度から入射角  $\theta_{in}$  を評価し、式 (4.16) により仮想反発面傾斜角を求めて式 (4.15) に代入すると衝突直後の速度が求められる。本モデルは、河床面との衝突の確率論的特性を仮想

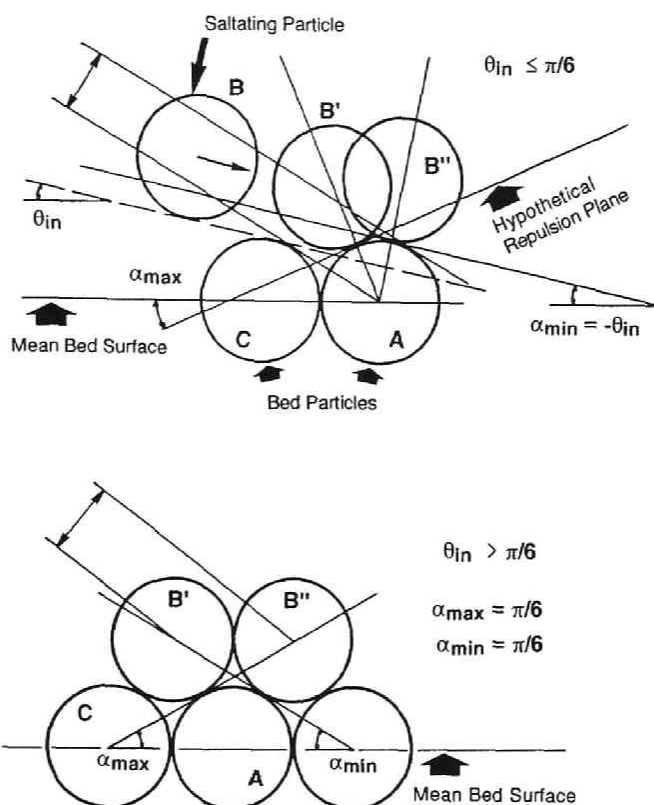


Fig. 4.7 反発事象と仮想反発面傾斜角

反発面傾斜角に集約して表現したものであり、確率変動は一様乱数  $\xi_0$  により模擬される。

本モデルでは仮想反発面傾斜角の解析解が得られているので、式 (4.16) において  $\xi_0=0,1$  と置くことにより、最小値および最大値も容易に求められる。

$$\alpha_{\max} = \begin{cases} \text{Arc sin}(\sin \theta_{\text{in}} - 1) - \theta_{\text{in}} + \frac{\pi}{2} & \text{for } \theta_{\text{in}} \leq \frac{\pi}{6} \\ \frac{\pi}{6} & \text{for } \theta_{\text{in}} > \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (4.17)$$

$$\alpha_{\min} = \begin{cases} -\theta_{\text{in}} & \text{for } \theta_{\text{in}} \leq \frac{\pi}{6} \\ -\frac{\pi}{6} & \text{for } \theta_{\text{in}} > \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (4.18)$$

仮想反発面傾斜角の最小値と最大値の入射角に対する変化を Fig. 4.8 に示す。図中には、辻本・中川<sup>6)</sup>による2次元反発モデルを用いた場合の結果も併せて表示している。辻本・中川のモデルにおいては、

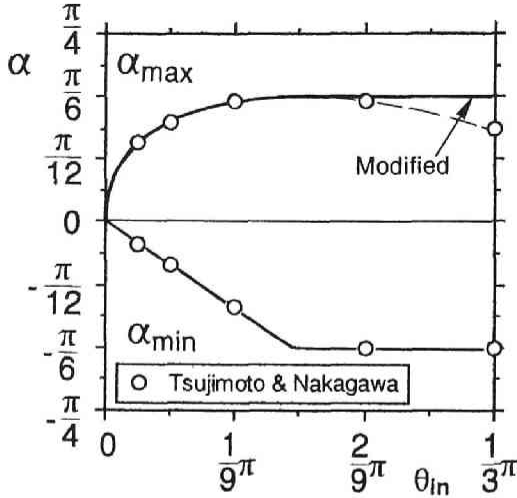


Fig. 4.8 仮想反発面傾斜角の最大値・最小値

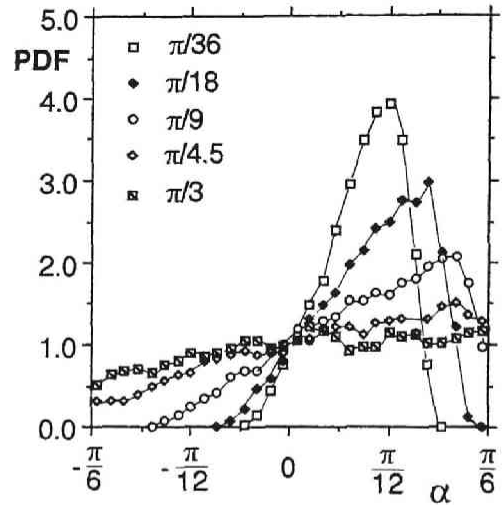


Fig. 4.9 仮想反発面傾斜角の確率密度関数

Fig. 4.7 の  $\theta_{in} > \pi/6$  の状態を考慮していないので、 $\theta_{in} > \pi/6$  の領域の最大値に本モデルとの相違が生じる。計算結果の考察の際に後述するように、入射角が  $\theta_{in} > \pi/6$  の領域にはいることは希であり、この相違に起因するモデルの計算結果の相違は僅かであり、シミュレーション結果に及ぼす影響はほとんど無いものと考えられる。

仮想反発面傾斜角の入射角の条件付き確率密度関数は、

$$f(\alpha|\theta_{in}) = (\sin \alpha \cdot \cot \theta_{in} + \cos \alpha) f(\alpha_0) \quad (4.19)$$

$$f(\alpha_0) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha_{max} - \alpha_{min}} & \text{for } \alpha_{min} \leq \alpha \leq \alpha_{max} \\ 0 & \text{for other} \end{cases} \quad (4.20)$$

で与えられる。Fig. 4.9 は、仮想反発面傾斜角の確率密度関数について示したものであるが、入射角が小さいときは、確率密度関数の分布範囲は狭く、鋭い分布となっているが、入射角が大きくなるにつれて分布範囲も広がった分布となる。何れの入射角についても確率密度関数は、仮想反発面傾斜角の最小値から最大値に向かってほぼ単調に増加する傾向を大略示しており、近似的に三角形分布を適用することにより分布の概略は説明される。

#### 4.3.4 粒子系から流れ系への影響を表す負の生成項の評価法

粒子系から流れ系への影響を表す負の生成項  $S_{PU}, S_{PV}$  については、saltation 粒子の運動軌跡の追跡結果を統計処理して評価する。

粒子系から流れ系へのフィードバックを表す負の生成項は、

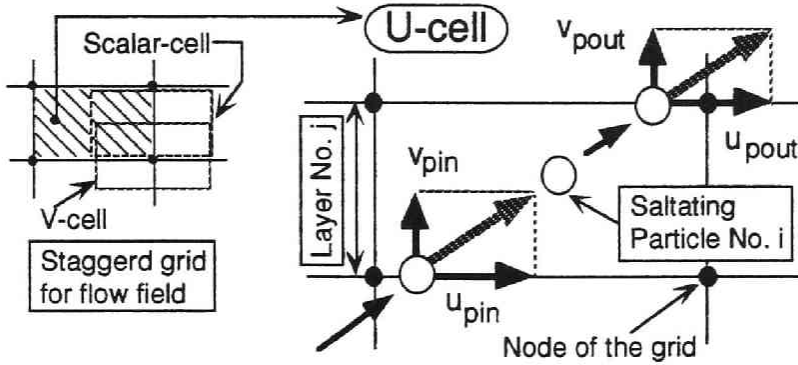


Fig. 4.10 負の生成項の評価

$$\left. \begin{aligned} S_{PU_j} &= -\frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} \frac{\sigma}{\rho} q_B w_j (u_{pout_i} - u_{pin_i})_j \frac{1}{\Delta V_j} \\ S_{PV_j} &= -\frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} \frac{\sigma}{\rho} q_B w_j (v_{pout_i} - v_{pin_i})_j \frac{1}{\Delta V_j} \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

で与えられる。Fig. 4.10 は、流れ場の計算格子 (U-cell) と saltation 粒子の関係を示したものである。シミュレーションは、定常等流を対象としているので、粒子がセルを横切るとき速度は、河床面と水平な層を横切るとき速度として求められる。流れ場の計算格子と同一の幅を有する層状に鉛直方向の領域分割を行ない、saltation 粒子が各層に突入するときと各層から出るとき速度を、saltation 粒子が各層の境界を通過するたびに記録する。この図では、第  $j$  層を  $i$  番目の saltation 粒子が上昇時に通過する場合を示している。このような操作を繰り返して各層ごとに突入時、脱出時の粒子の速度の平均値を求め、それらの差と粒子群の層ごとの質量との積をとれば、粒子群が流れ場から獲得する運動量が各層ごとに算出される。流れ場は粒子群が獲得した運動量を逆に失うこととなるので、結局、運動量欠損を表す負の生成項は、式(4.21)のように表現される。ここに、 $q_B$ : 掃流砂量、 $u_{pinj}, u_{poutj}$ : 掃流粒子が第  $j$  層に突入する際と、第  $j$  層から出る際の速度の水平成分、 $v_{pinj}, v_{poutj}$ : 掃流粒子が第  $j$  層に突入する際と、第  $j$  層から出る際の速度の鉛直成分、 $N_j$ : 第  $j$  層を通過する砂粒子の総数、 $\Delta V_j$ : セル  $j$  の体積、 $w_j$ : 第  $j$  層の重み係数であり

$$w_j = \int_{y_{minj}}^{y_{maxj}} f_B(y) dy \quad (4.22)$$

で与えられる。ここに、 $y_{maxj}, y_{minj}$ : 第  $j$  層の上限・下限であって、流れ系のシミュレーションの格子点

Table 4.4 基礎方程式の一般形

$\phi$	$\Gamma_\phi$	$S_\phi$
$U$	$v + v_t$	$S_U = g \left( \sin \theta - \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P}{\rho} \right)$ $+ \frac{\partial}{\partial x} \left( v_t \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v_t \frac{\partial U}{\partial y} \right) + S_{PU}$
$V$	$v + v_t$	$S_V = - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( v_t \frac{\partial V}{\partial x} \right)$ $+ \frac{\partial}{\partial y} \left( v_t \frac{\partial V}{\partial y} \right) + S_{PV}$
$k$	$v + \frac{v_t}{\sigma_k}$	$S_k = G - \varepsilon$
$\varepsilon$	$v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon}$	$S_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} G - C_{2\varepsilon} \varepsilon)$

の配置にあわせて決定される。 $f_B(y)$  は, saltation 粒子の存在確率密度であり, saltation の軌跡に関するシミュレーション結果を統計処理することにより評価される。

#### 4.3.5 流れ系の基礎方程式系の一般形と境界条件

基礎方程式は保存則型に一般化されて

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( U\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( V\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = S_\phi \quad (4.23)$$

と書ける。式中の  $\phi, \Gamma$  および生成項  $S_\phi$  は, Table 4.4 のように書かれる。

境界条件については, [1] 壁面条件: 壁面に最も近い格子点 (第1格子点  $y=y_p$ ) において対数則の成立を仮定する。乱れエネルギー  $k_p$ , 逸散率  $\varepsilon_p$  については, 第1格子点におけるエネルギー平衡関係 ( $G=\varepsilon$ ) を仮定して,

$$\frac{k_p}{u_*^2} = \frac{1}{\sqrt{C_\mu}} = 3.33 \quad ; \quad \varepsilon_p = \frac{u_*^3}{\kappa y} \quad (4.24)$$

とする。[2] 水面条件：まず、管路流とのアナロジーを考えて、水面を管路の中央軸と見立てて、 $y=h$  において軸対称条件

$$\left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{y=y_{\max}} = 0 \quad ; \quad \left. \frac{\partial k}{\partial y} \right|_{y=y_{\max}} = 0 \quad ; \quad \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right|_{y=y_{\max}} = 0 \quad (4.25)$$

の下に解き、次に、自由水面の効果による乱れエネルギーの減衰を考慮した橋津・中川<sup>16)</sup>の方法に従って、解を修正する。

$$k_w = D_w \cdot k_a \quad , \quad D_w = 0.8 \quad ; \quad \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)_w = \frac{1}{v_t} (-\overline{uv})_a \quad (4.26)$$

ここに、添字  $a$  は管路を、 $w$  は開水路を示しており、 $D_w$  は自由水面の効果による乱れエネルギーの減衰係数である。さらに、[3] 流入部の条件については、 $U, k, \varepsilon$  をそれぞれについて周期境界条件を課すこととした。

まず、流れ系の基礎方程式は、Patankar<sup>17)</sup>のコントロール・ボリューム法により離散化され、差分スキームとしてハイブリッド・スキームが用いられた。離散化方程式のコンピューター・コード化には、Patankar and Spalding<sup>18)</sup>のSIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) アルゴリズムが用いられ、Gosman<sup>19)</sup>のTEACHコードに準拠した数値計算が実行された。流速場の収束判定については、連続式の各セルにおける残差の絶対値の合計値が主流方向の流量の1%以下となり、 $U, V$ に関する保存方程式の残差の絶対値の合計値が流入部における全運動量の1%以下になったとき、収束したものと判断した。なお、流れ系の計算コード作成にあたっては、京都大学大型計算機センターのプログラム・ライブラリ：2方程式  $k$ - $\varepsilon$  モデルを用いた2次元等温・非等温場での乱流解析コード（作成者：F.J.K. Ideriah, A.D. Gosman and W. M. Pun, 改訂者：武本行正）を参考にした。

計算格子は、水平方向に10分割、鉛直方向に16分割したスタッガード (staggered) 格子を用いた。なお、鉛直方向の格子間隔については、saltation 層内を詳細に計算するために底面付近に格子を集中させた不等間隔格子を採用しており、一方、水平方向には等間隔格子を配置して、格子間隔を水深と等しく設定した。なお、スタッガード格子が採用されているため、粒子系から流れ系への影響を表す負の生成項についても格子のずれを考慮した取扱いが必要となる。 $S_{pU}$ の評価に関する諸量については  $U$ -cell の境界において、 $S_{pV}$ の評価に関する諸量については  $V$ -cell の境界においてそれぞれ求めることとした（Fig. 4.10 参照）。

粒子系のシミュレーションにおける計算時間スケールについては、 $\Delta t = 1/500$  秒を用いたが、この時間スケールを用いることは、本シミュレーションで対象とした範囲の上限にあたる  $\tau_* = 0.45$  において、平均的 saltation（全 saltation の飛高の平均値に相当する飛高を有する saltation）を30～40ステップ程度に分割して追跡することに相当する。砂粒子の移動速度は掃流力が大きいほど速くなるので、



$\tau_*=0.45$ の場合について十分な計算精度を確保すれば、ここで対象とする全ての条件に対して十分な精度が保証されることとなる。計算の打ち切り条件は、successive saltation 30 回としたが、この条件は  $\tau_*=0.45$ の場合に対して、individual saltation 約 800 回に相当する。

本シミュレーションにおいては、流れ系と粒子系のシミュレーションが交互に繰り返し実行されるが、計算の打ち切り条件は、計算更新の結果得られる流速分布に有意な差がなくなることとした。流れ場の解は振動しながら収束解へと近づくが、4 回程度の繰り返しで急速に収束解へと接近し、10 回程度でほぼ完全な収束解が得られた。なお、反発係数については、 $e=f=0.6$  と設定し、4.2 節の実験結果との比較を行う場合を除いては、粒径  $d=0.3\text{cm}$ 、比重  $\sigma/\rho=2.65$  の砂粒子を対象に数値シミュレーションを実施した。

#### 4.4 シミュレーション結果と考察

この節では、シミュレーション結果を実験結果や既往の実験値と比較して、掃流層の特性や saltation 特性についての本シミュレーションの再現性を検証する。シミュレーション結果は、清水流を仮定した場合のシミュレーション結果とも比較され、流れ系と粒子系の相互作用の双方向的な取扱いの意義についても考察が加えられる。

##### 4.4.1 saltation 粒子を含む流れ場の特性

Fig. 4.11 は、所与の掃流力に対する平衡流砂量を流した場合の平均流速分布についてのシミュレーション結果を示したものであるが、掃流力が増加するにつれて流砂量も増大して流れ場の運動量欠損が顕著となり、清水流の解から離れていく様子が示されている。粒子混入時の流速分布は、底面付近に近づくにつれて saltation 粒子の影響で徐々に緩勾配となっている。saltation 層に相当する領域に見られる流速分布の一様化傾向は、saltation 粒子の運動に伴う鉛直方向の運動量混合の結果によるものと考えられる。これと同種の傾向は、河村<sup>20)</sup>による飛砂層内の風速分布の計測結果にも見られるが、本シミュレーションは水流中の saltation を対象としているため、相対密度の効果が気流中の saltation に比べて小さく、流速分布の一様化傾向も飛砂の場合ほど顕著ではない。

Fig. 4.12 は、所与の掃流力に対する平衡流砂量を流した際の Reynolds 応力分布についてのシミュレーション結果を示したものであるが、全てのケースを通じて掃流層に相当する底面付近の領域では、Reynolds 応力の欠損が認められる。このことは、saltation 粒子の運動が鉛直方向の運動量混合に寄与した結果、全運動量混合に対する水流の負担分が相対的に減少したことを示すものである。計算においては、勾配を一定として流量を変化させることにより種々の掃流力に対する水理条件を設定しているので、掃流力が大きくなるにつれて水深が増加するため、欠損の開始点は掃流力が増加するほど下方に移動する（後述するように掃流層厚は掃流力の増加とともに増加しているため、ここに見られる欠損開始点の降下は掃流層厚の減少を示すものではない）。掃流力が小さいときは、底面に近づくにつれて徐々に直線分布から

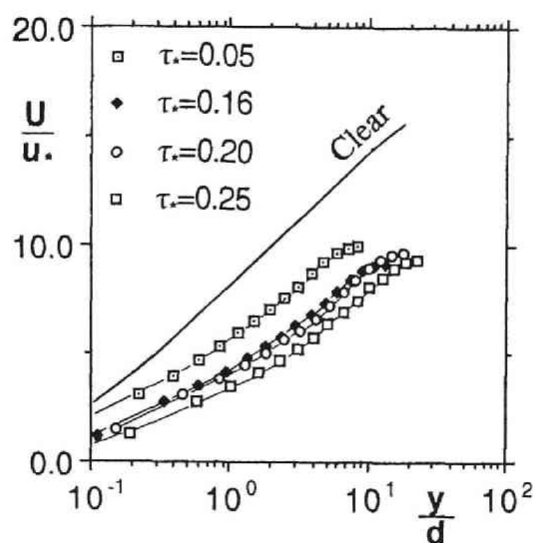


Fig. 4.11 平均流速分布

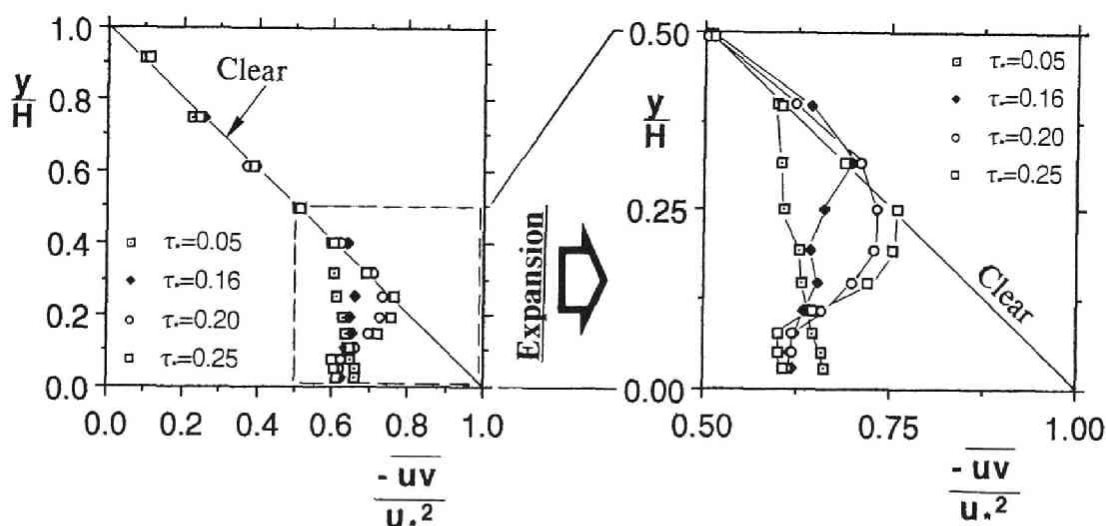


Fig. 4.12 Reynolds 応力分布

離れていく傾向が見られるが、掃流力が大きくなると巻き込むように欠損が生じ、底面のごく近傍で一定値をとる傾向を示しており、掃流力が大きいほど底面付近での欠損率も大きくなっている。このことは、掃流力が大きくなるにつれて砂粒子の鉛直方向存在確率密度の重心が相対的に低下することを反映したも

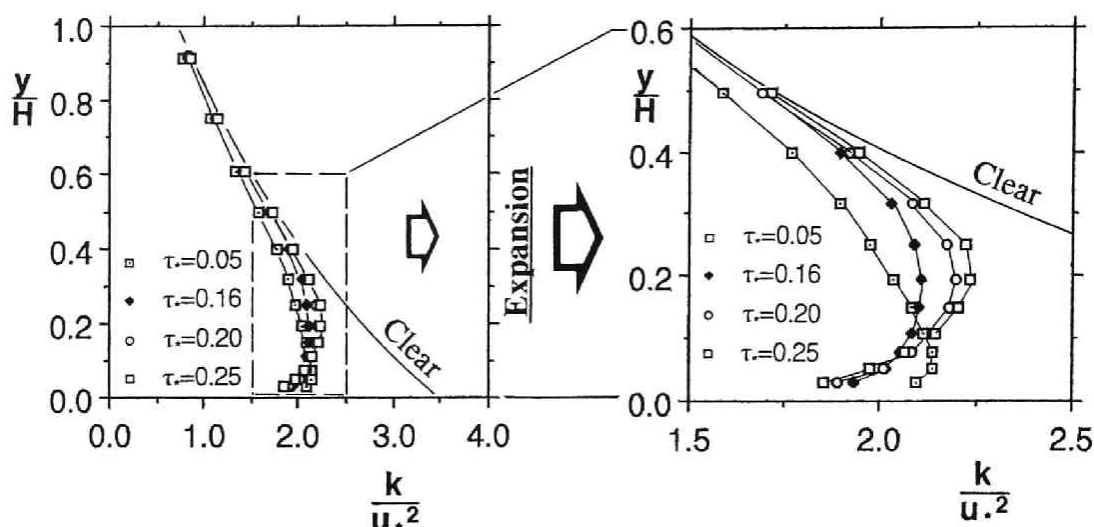


Fig. 4.13 乱れエネルギー分布

のと考えられる。底面におけるReynolds応力は、 $u_*^2$  の0.6~0.7程度の値をとっており、底面せん断力の60~70%を水流が負担し、残りを saltation 粒子が負担しているものと推察される。saltation 粒子の負担分は河床に衝突する砂粒子により伝達されるせん断力に相当するから、本シミュレーションの範囲では、河床せん断力の内60~70%が水流により負担され、残りの40~30%が砂粒子の衝突により負担されていることとなる。

Fig. 4.13は、所与の掃流力に対する平衡流砂量を流した際の乱れエネルギーの分布についてのシミュレーション結果を示したものである。本シミュレーションでは  $k$  方程式に付加項が導入されておらず、砂粒子と周囲流体との相互作用に起因する付加的なエネルギーの生成はないものとしたときのシミュレーション結果である。標準  $k$ - $\varepsilon$  モデルでは、乱れエネルギーの発生項が速度勾配と関係づけて記述されていることから、運動量の輸送方程式に導入された負の生成項の影響が、乱れエネルギーにも波及し、分布形に変化が生じる。運動量の輸送方程式への付加項の導入は、乱れエネルギーの鉛直方向分布の一様化をもたらすことが理解できる。

#### 4.4.2 砂粒子の移動速度と鉛直方向存在確率密度

Fig. 4.14は、砂粒子の鉛直方向存在確率密度について、本シミュレーション（以下、「混相流型」と呼ぶ）結果と清水流を仮定した場合のシミュレーション（以下、「清水流型」と呼ぶ）結果を4.1節の実験結果と比較したものである。 $\tau_* = 0.11$ では清水流型と混相流型のシミュレーション結果の差は小さいが、混相流型のシミュレーション結果は掃流層の上部で清水流型より大きく、下部で小さくなる傾向を示している。実験結果は定量評価の面では必ずしも十分ではないものの、実験結果も掃流層の上部で清水流

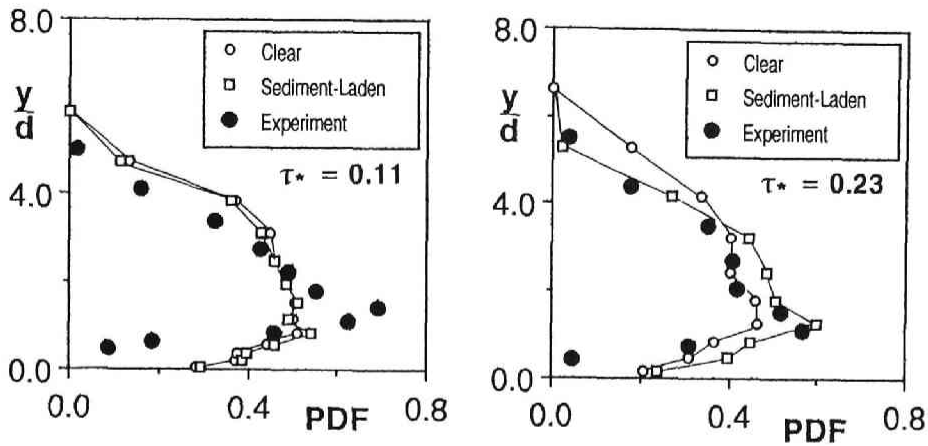


Fig. 4.14 砂粒子の鉛直方向存在確率密度

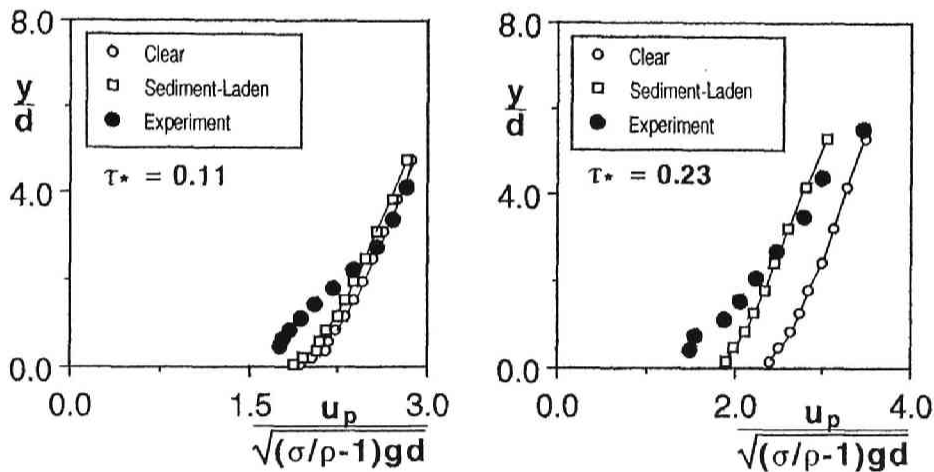


Fig. 4.15 砂粒子の移動速度の水平成分の鉛直分布

型より大きく、下部で小さくなる傾向を示しており、この点では混相流型と一致している。 $\tau_*=0.23$ では、清水流型と混相流型との相違は一層顕著になり、混相流型のシミュレーション結果が掃流層の上部で清水流型より小さく、下部で大きくなるという傾向が明確なものとなる。実験値は混相流型と同様の傾向を示しており、定量的にもよく一致している。

Fig. 4.15 は、砂粒子の移動速度の水平成分の鉛直分布について、混相流型と清水流型のシミュレーション結果を 4.1 節に述べた実験結果と比較したものである。実験結果は、清水流型のシミュレーション結果と比較すると特に底面付近で小さくなる傾向を示しているが、混相流型シミュレーションは清水流型

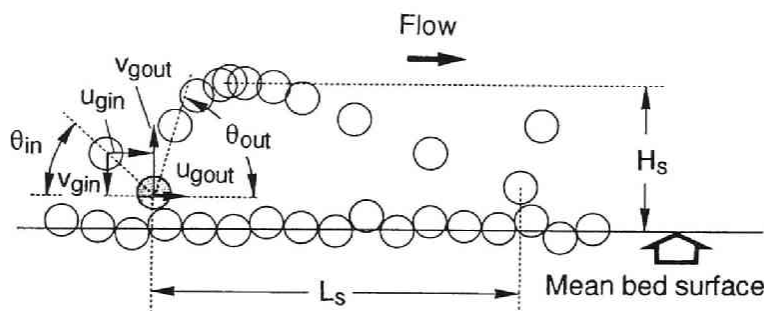


Fig. 4.16 individual saltation の特性量 (定義図)

に比べて砂粒子の移動速度を小さく予測しており、定量的には不十分であるが、実験結果と一致した傾向を示している。清水流型と混相流型との相違は  $\tau_* = 0.11$  ではそれほど顕著ではないが、 $\tau_* = 0.23$  では明確に現れており、 $\tau_* = 0.23$  の場合には、混相流型と実験値との対応もほぼ良好である。両ケースを通じて、実験結果は底面のごく近傍で顕著な欠損を示しているが、清水流型はもちろん混相流型のシミュレーションによってもこの傾向まで良好に模擬するには至っていない。

#### 4.4.3 saltationの統計特性に関する考察

Fig. 4.16 は、individual saltationを規定する特性量の定義図であるが、図中には、一定時間間隔で saltation 粒子を追跡した結果を重ねて描いた状況が模式的に表現されている。saltation の頂部付近に粒子が密集して描かれているのは、individual saltationに着目すると頂部付近の存在確率が高いことを示している。図中の記号  $L_s$ : saltation 長、 $H_s$ : saltation 飛高である。

まず、saltation の平均特性の掃流力の変化に対する応答について清水流型と混相流型とを比較して検討する。Fig. 4.17 は、河床面に衝突する直前の砂粒子速度の平均値について示したものであるが、掃流力の増加に伴い水平・鉛直成分とも増加する傾向が認められる。水平成分について見ると、清水流型のシミュレーション結果は掃流力が大きくなるにつれて増加が激しくなるが、混相流型では緩やかな増加を示している。図中の実線は近似式

$$E[u_{gin}] = E\left[\frac{u_{gin}}{\sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd}}\right] = 1.22 \ln \tau_* + 4.25 \quad (4.27)$$

を示している。鉛直成分については、清水流型・混相流型とも掃流力が大きくなるにつれて増加率が鈍化する傾向が現れている。水平成分・鉛直成分とも、清水流型のシミュレーションは混相流型より速度を大きく見積もっていることになり、両者の差が有意となるのは  $\tau_* \geq 0.1$  の領域である。

Fig. 4.18 は、河床面と衝突した直後の砂粒子速度の平均値について示したものであるが、衝突直前

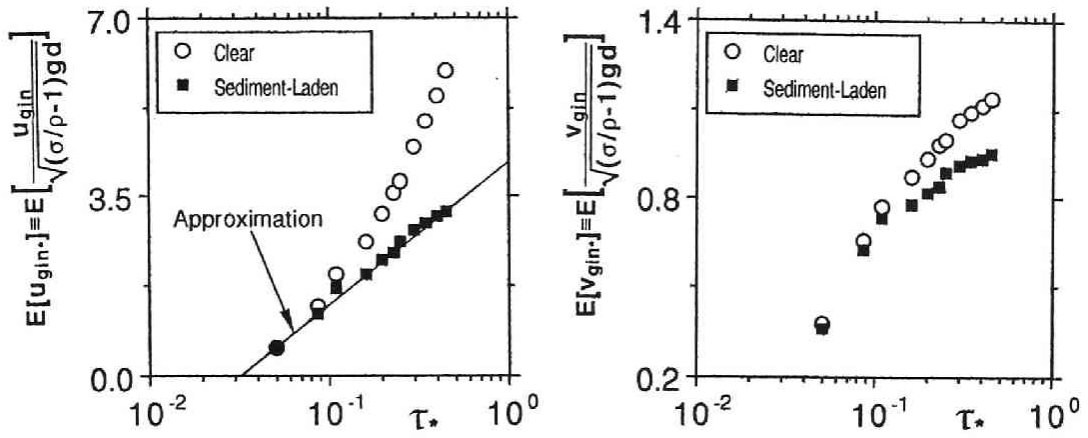


Fig. 4.17 河床面に衝突する直前の砂粒子速度の平均値

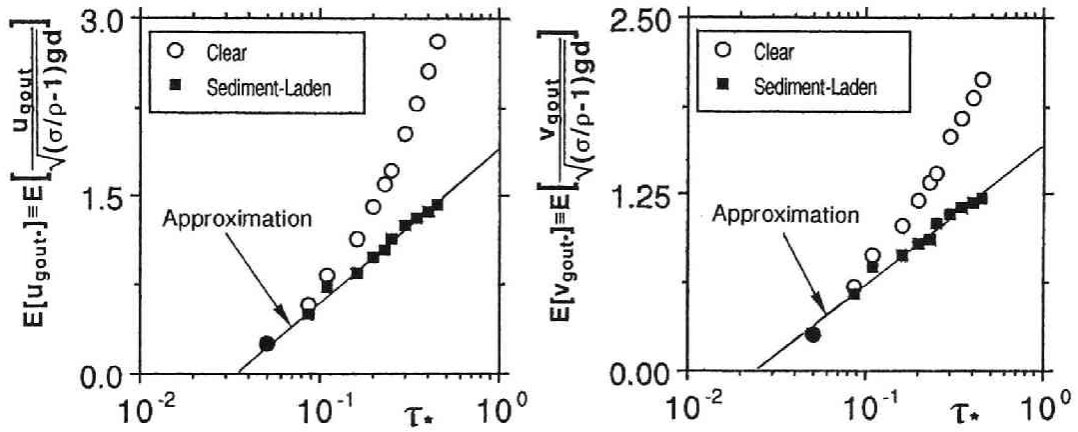


Fig. 4.18 河床面と衝突した直後の砂粒子速度の平均値

の場合と同様に、掃流力の増加に伴い水平・鉛直成分とも増加する傾向が認められる。図中の実線は近似式

$$E[u_{gout*}] = E\left[\frac{u_{gout}}{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}}\right] = 0.55 \ln \tau_* + 1.89 \quad (4.28)$$

$$E[v_{gout*}] = E\left[\frac{v_{gout}}{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd}}\right] = 0.43 \ln \tau_* + 1.61 \quad (4.29)$$

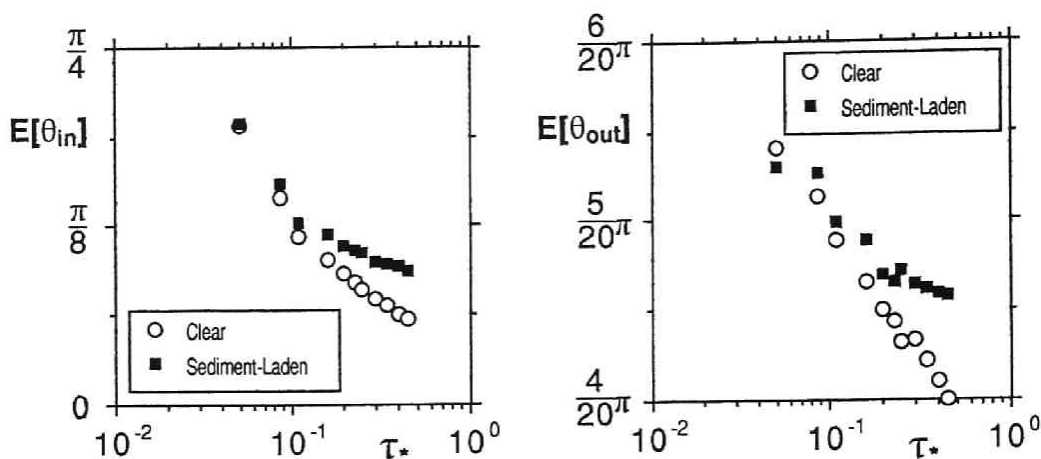


Fig. 4.19 入射角と反射角の平均値

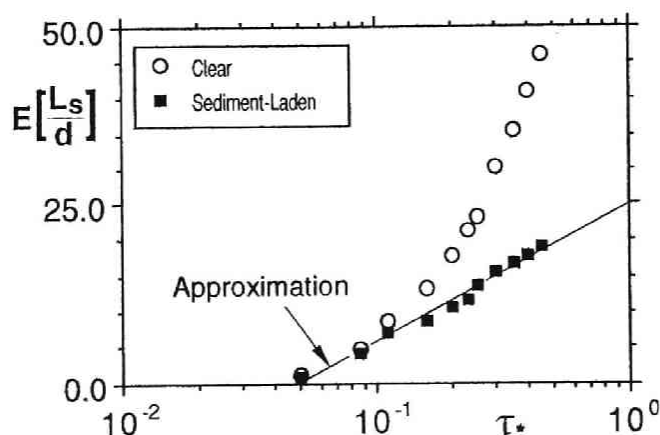


Fig. 4.20 平均 saltation 長

を示している。水平成分・鉛直成分とも衝突直前の水平成分とほぼ同様の傾向を示している。Fig. 4.17 および Fig. 4.18 に共通して見られる混相流型と清水流型との差は、粒子混入による流れ場の構造変化すなわち流速分布の欠損の効果を反映したものと解釈できる。掃流力の増加に伴い流砂量も増加するから、流速分布の欠損も増大し、混相流型と清水流型との差もそれだけ顕著となる。

Fig. 4.19 は、入射角と反射角の平均値について示したものである。入射角、反射角ともに掃流力が増加すると減少する傾向を示しているが、減少傾向は反射角の方が入射角に比べて顕著である。清水流型と混相流型を比較すると、混相流型の方が入射角、反射角ともに大きい予測値を与えており、混相流型の

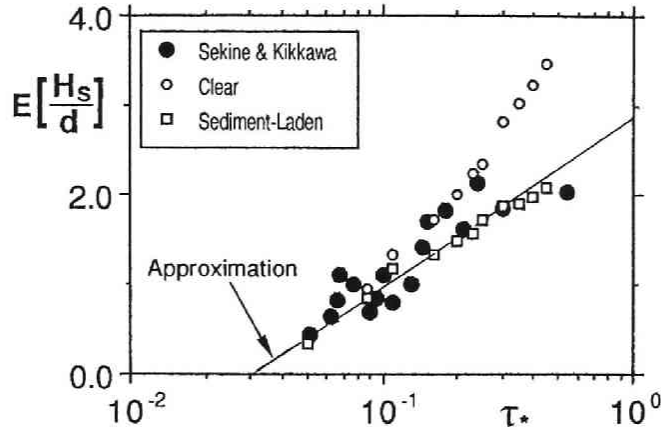


Fig. 4.21 平均飛高

シミュレーション結果は清水流型に比べて裾の広がり狭い saltation となっていることが推察される。

Fig. 4.20 は、平均 saltation 長について示したものである。τ<sub>\*</sub> が 0.1 を越えると、清水流型の結果は急速に増加するが、混相流型の結果は緩やかに増加し、τ<sub>\*</sub> = 0.45 における清水流型の結果は混相流型の 2 倍以上にも達する。図中の実線は近似式

$$E\left[\frac{L_s}{d}\right] = 8.32 \ln \tau_* + 25.0 \quad (4.30)$$

を示している。

Fig. 4.21 は、平均飛高について示したものである。図中には、関根・吉川<sup>7)</sup>の実験データも併せて示しているが、特に掃流力の大きいところで混相流型の予測結果が実験値の特性をよく説明していることが理解できる。飛高についても saltation 長と同様に、掃流力の増加にしたがって混相流型と清水流型の予測値の差は増加するが、saltation 長と比較すると両者の差の増加はやや緩やかである。図中の実線は近似式

$$E\left[\frac{H_s}{d}\right] = 0.77 \ln \tau_* + 2.74 \quad (4.31)$$

を示している。

Fig. 4.22 は、saltation の飛高の最大値すなわち掃流層厚を示したものである。図中には、関根・吉川<sup>7)</sup>の実験データも併せて示しているが、混相流型のシミュレーションでは、特に掃流力の大きいところで実験値を大幅に過大評価していた清水流型の結果が修正され、全領域で実験値の特性をうまく説明可能であることが理解できる。図中の実線は近似式



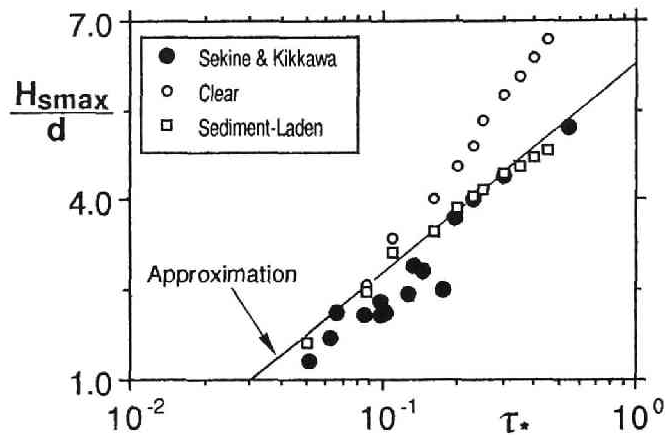


Fig. 4.22 掃流層厚

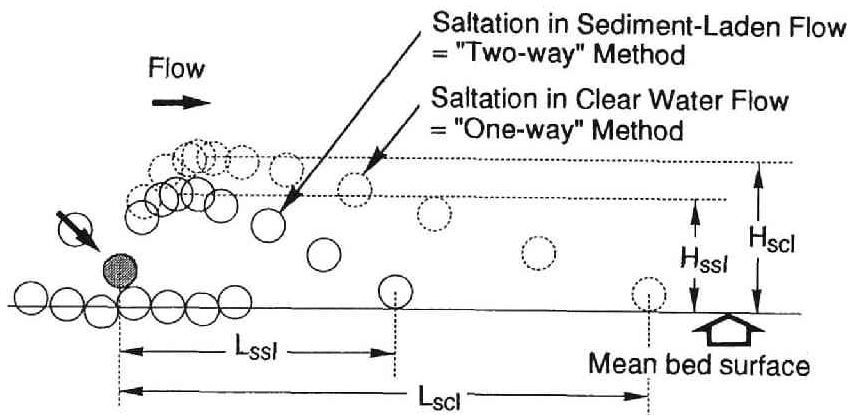


Fig. 4.23 清水流型と混相流型の saltation の相違

$$\frac{H_{smax}}{d} = 1.47 \ln \tau_* + 6.15 \quad (4.32)$$

を示している。

平均 saltation 長, 平均飛高, 入射角・反射角の結果も併せて考えると, 清水流型の saltation は, 混相流型の saltation と比較して偏平なものとなると考えられるが, 両者の相違を模式的に示したのが, Fig. 4.23 である。ここで特に注目すべきことは, 飛高の減少に比べて saltation 長の減少が顕著なことである。

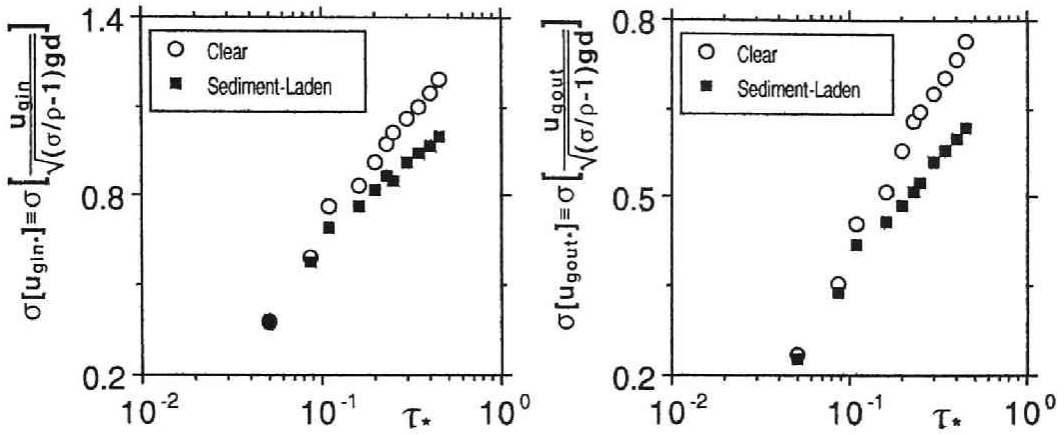


Fig. 4.24 河床面に衝突する直前・直後の砂粒子速度の水平成分の標準偏差

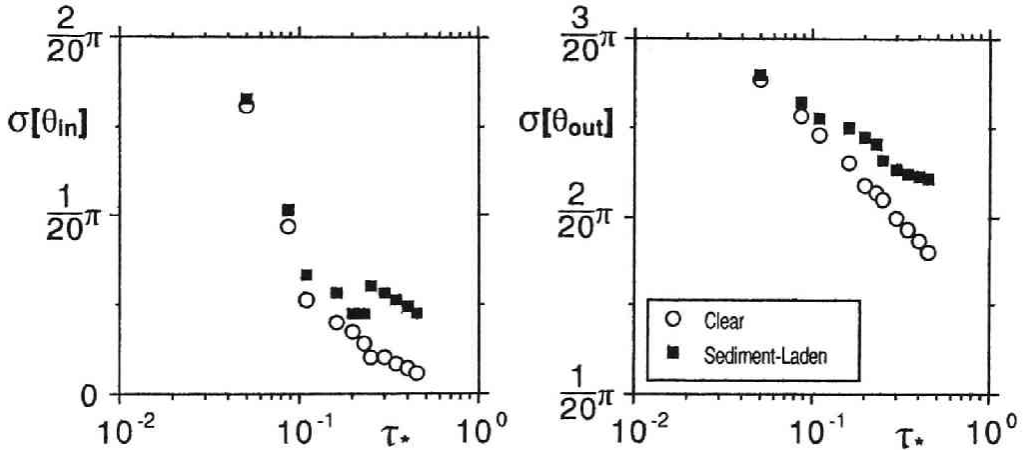


Fig. 4.25 入射角・反射角の標準偏差

次に、saltation 特性量の標準偏差と掃流力の関係について清水流型と混相流型とを比較して示すこととする。Fig. 4.24 は、河床面に衝突する直前・直後の砂粒子速度の水平成分について示したものであるが、掃流力の増加とともに標準偏差も増加しており、混相流型が清水流型より穏やかな増加傾向を示している。Fig. 4.25 は、入射角と反射角の標準偏差について示したものであるが、入射角、反射角ともに掃流力が増加すると減少し、混相流型は清水流型に比べて弱い減少傾向を示している。Fig. 4.26 は、saltation 長と飛高の標準偏差について示したものである。saltation 長、飛高ともに混相流型と清水流型とを比べると、混相流型は標準偏差の穏やかな増加傾向を示している。

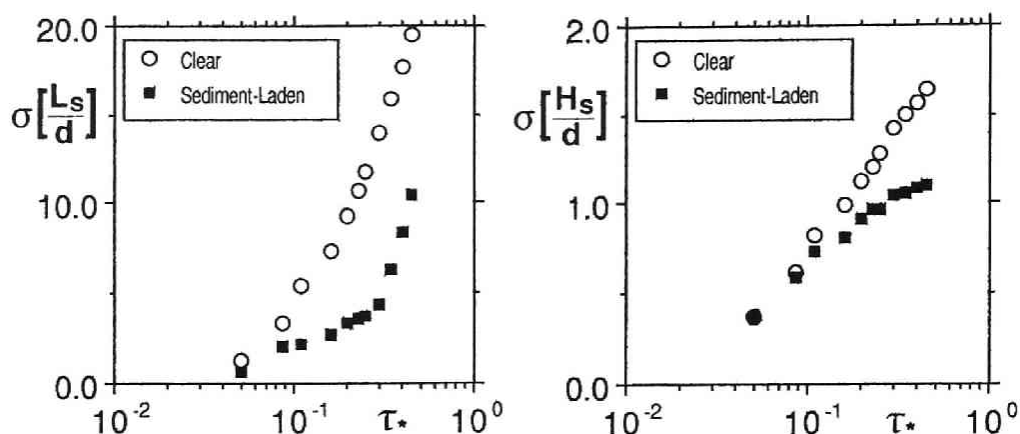


Fig. 4.26 saltation 長と飛高の標準偏差

Fig. 4.27, 4.28 は、衝突直前・直後の砂粒子速度の水平成分の確率密度関数であるが、平均および標準偏差に見られた特性がより詳細に現れている。Fig. 4.27 を見ると、掃流力の増加に伴って確率密度関数の重心は値の大きい方に移動していくが、これは砂粒子速度の平均値が増加することに対応している。また、分布形の値の小さい方の裾が長くなり分布範囲が増大するが、これは標準偏差の増加に対応している。混相流型と清水流型とを比較すると、掃流力の増加に伴って密度関数が値の大きい方に移動する点では共通であるが、移動幅は混相流型の方が小さくなっており、平均値と標準偏差がともに清水流型と比較して穏やかな増加傾向を示すことを裏付けるものとなっている。

Fig. 4.29, 4.30 は、入射角と反射角の確率密度関数について示したものであるが、入射角と反射角とでは密度関数の形状に著しい相違が認められる。すなわち、入射角の確率密度関数は鋭いピークを有する狭い分布を示しているが、反射角の確率密度関数は広範囲に分布している。清水流型と混相流型とを比較すると、清水流型の方が掃流力の変化に対して敏感に応答する点では、他の特性量と共通しているが、掃流力の増大に伴って分布形が値の小さい方に移動し、分布範囲が狭くなる点では、他の特性量と逆である。これらの分布形の特性は、平均値と標準偏差が掃流力が増加すると減少するという事実に対応しており、確率密度関数の面からも平均値と標準偏差の変化特性が再確認されたものといえる。

Fig. 4.31, 4.32 は、saltation 長と飛高の確率密度関数について示したものであるが、掃流力が小さい  $\tau_* = 0.11$  の場合を除くと、他の特性量に比べて一様分布に近い分布となっているのが特徴である。 $\tau_* = 0.11$  の場合には、0 付近にピークが見られるが、これは衝突後に十分な速度が得られずに直ちに河床面と再衝突する粒子の割合が大きいことを示している。このような粒子は掃流力が小さいときに多く存在し、掃流力の増加とともに減少していくことを、シミュレーション結果は示している。混相流型と清水流型とを比較すると、混相流型の方が分布範囲が狭く、掃流力の増加に対する分布形の移動幅も小さくなっており、平均や標準偏差の示す特性が、確率密度関数の形状からも読み取れる。

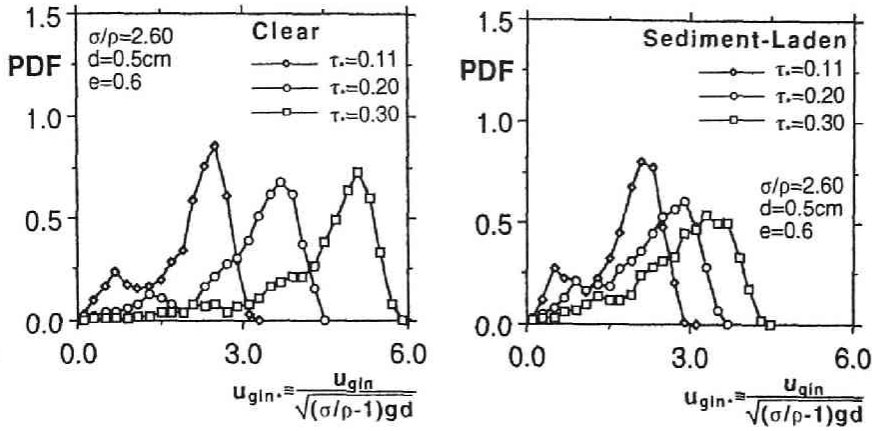


Fig. 4.27 衝突直前の砂粒子速度の水平成分の確率密度関数

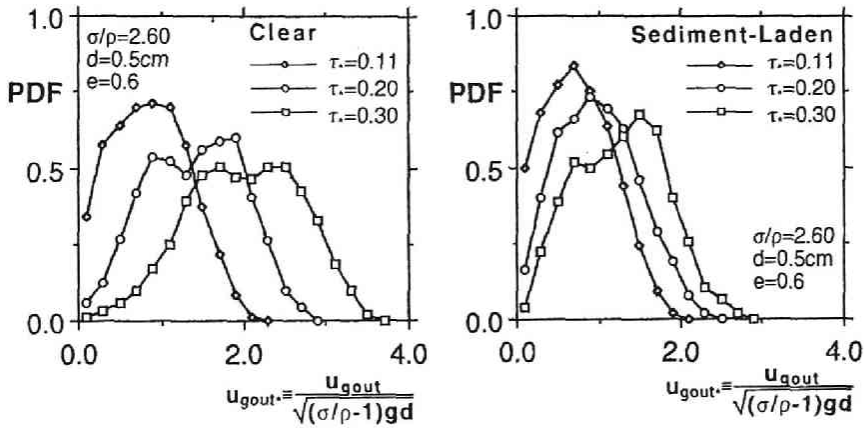


Fig. 4.28 衝突直後の砂粒子速度の水平成分の確率密度関数

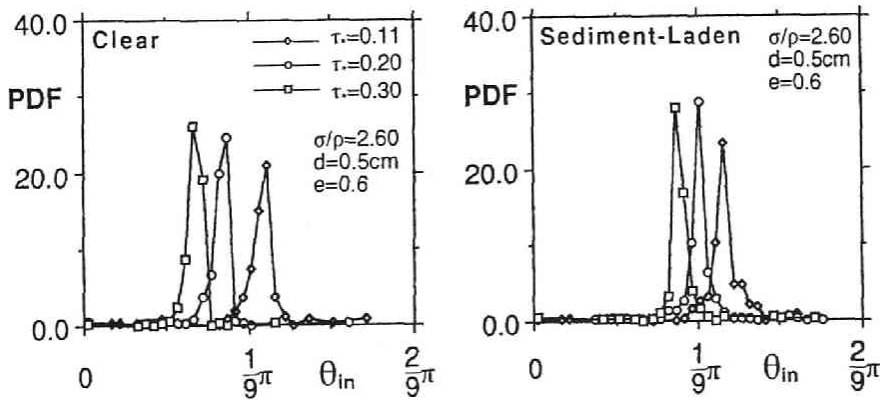


Fig. 4.29 入射角の確率密度関数

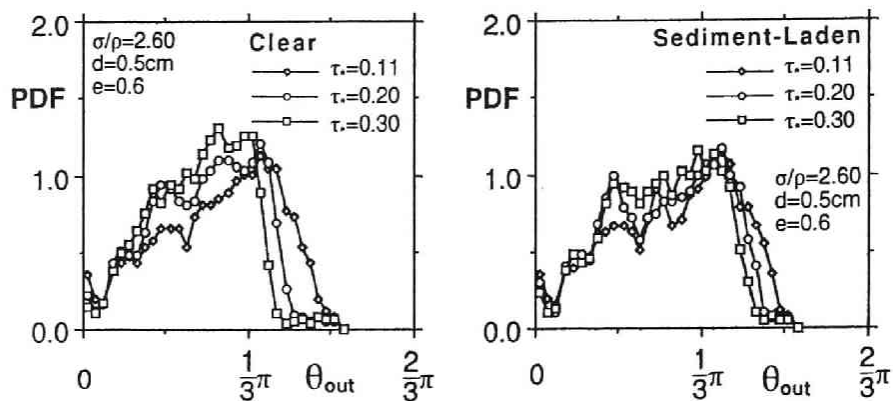


Fig. 4.30 反射角の確率密度関数

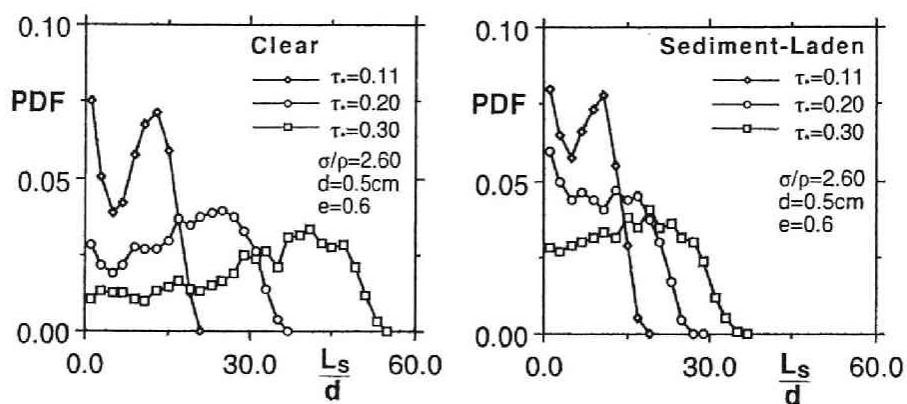


Fig. 4.31 saltation 長の確率密度関数

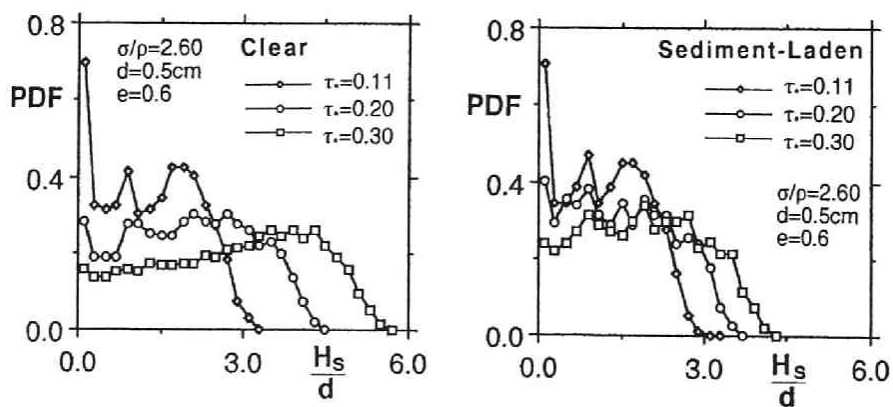


Fig. 4.32 飛高の確率密度関数

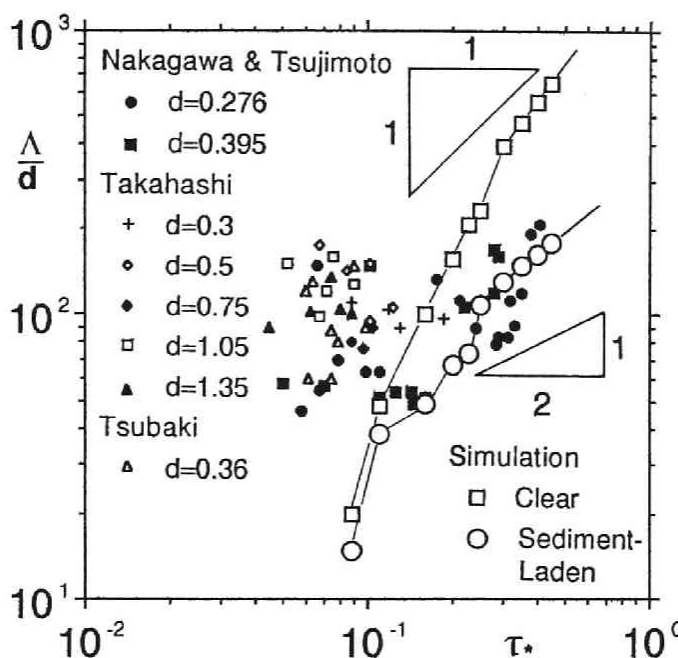


Fig. 4.33 step length

Fig. 4.33 は、successive saltation 長さから評価した平均 step length ( $\Lambda$ ) について示したものである。step length は掃流過程の距離スケールであるから、successive saltation 長は、本シミュレーションが提供する最も重要な情報の一つである。清水流型では、掃流力のほぼ 1 乗に比例して step length が増加するのに対して、混相流型の予測値は掃流力の増加に伴って清水流型の予測値から離れて、掃流力の大きい領域では掃流力の  $1/2$  乗に比例して増加する傾向を示している。既往の実験値も  $\tau_* > 0.1$  では掃流力の  $1/2$  乗に比例する増加特性を示しており、混相流型のシミュレーション結果は、これを良好に模倣している。

一般に、successive saltation 長は、(1) individual saltation 長の変化と (2) 衝突後の saltation の継続率（停止事象の発生頻度）の変化に応じて変化するものである。Fig. 4.34 は、individual saltation 長と successive saltation 長の掃流力に対する変化を比較したものであるが、清水流型と混相流型の予測結果の比に顕著な違いが認められる。例えば、 $\tau_* = 0.45$  の場合には、清水流型の individual saltation 長が、混相流型の 2.4 倍であるのに対して、successive saltation 長は、清水流型が混相流型の 3.6 倍となっている。このことは、individual saltation の変化を考慮するだけでは、step length の算定には不十分であることを示しており、河床面との確率論的衝突の考慮が、特性量の定量的評価の面からも重要であることを示唆するものである。

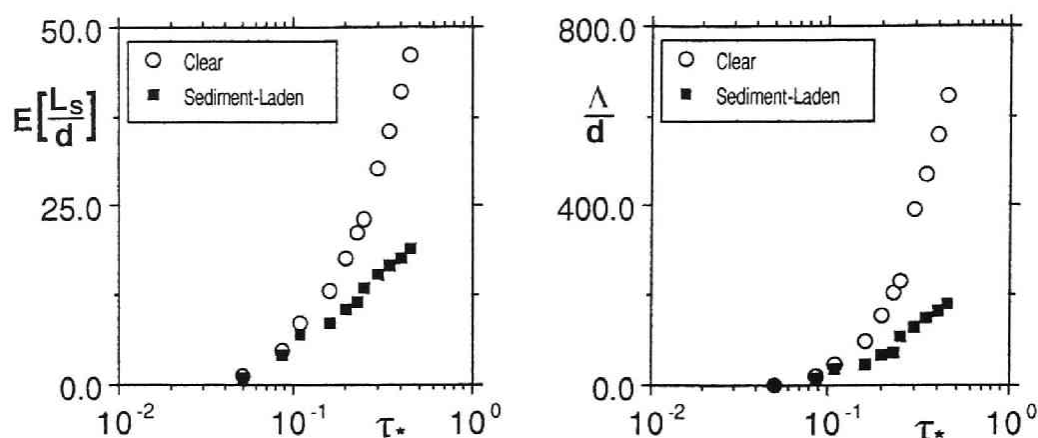


Fig. 4.34 individualsaltation 長と successivesaltation 長

このように従来、清水流型のモデルでうまく説明することのできなかった掃流力の大きい領域における step length の特性の変化が流体・粒子の相互作用を考慮することで良好に説明されることが示唆され、シミュレーションの有効性が確認されるとともに、掃流力の大きい領域における混相流的取り扱いの重要性が確認されたものと考ええる。

## 4.5 結語

本章では、掃流層を固液二相流的な観点からとらえ、粒子系と流れ系の相互作用を考慮した掃流過程のシミュレーションを実施した。本シミュレーションにおいては、粒子系は successive saltation で、流れ系は  $k-\varepsilon$  乱流モデルを用いて表され、粒子混入による流れ構造の変化は PSI-セルモデルを導入することにより考慮された。シミュレーション結果は、従来の実験結果と良好に一致し、これまでの清水流近似を前提とした確率モデルでは記述が困難であった領域の現象にも適用されることがわかった。

本研究で得られた主要な成果を要約すると以下のとおりである。

(1) 平衡流砂量がある水理条件に対して一意的に決定されることと、河床構成材料との交換現象が存在することが同時に満足されるには、砂粒子の確率論的停止が必要不可欠であり、Einstein 型の確率モデルの導入はこの意味で必須であると言えることができる。ただし、従来型の確率モデルで前提条件として導入されていた清水流近似は、粒子系と流れ系全体でとらえた場合の運動量保存則を考える上で十分なものではなく、このことは高濃度の掃流層を確率モデルで記述する上で重大な障害であると考えられる。高濃度の掃流層を扱う上で問題があるのは、確率モデル自体ではなく、確率モデル使用の前提とされてきた清水流近似である。

(2) 掃流運動の本質をモデルに取り込みつつ、高濃度掃流層に対しても適用可能なモデルを構築するには、粒子混入による流れ場の構造変化を考慮した確率モデルが必要となる。このためには、粒子系から流れ系へのフィードバックの扱いが重要であるが、PSI-セルモデルを用いるとフィードバックを考慮することが可能となる。

(3) 流れ場のシミュレーション結果からは、掃流層内での平均流速分布の一樣化傾向と Reynolds 応力分布の欠損が予測されたが、このことは、掃流層内では saltation 粒子の運動により鉛直方向の運動量混合が促進されていることを示唆するものと考えられる。粒子系の構造に関するシミュレーション結果は、清水流を仮定した場合のシミュレーション結果と比較され、粒子系と流れ系の相互作用の重要性が明らかとなった。

(4) saltation の形状は、清水流型では偏平なものとなるが、粒子系と流れ系の相互作用を考慮した混相流型では、清水流型よりも”ずんぐり”した形状を有するものとなる。

(5) saltation 長および飛高は、混相流型の方が清水流型より小さい値をとり、掃流力の増加に対する saltation 長と飛高の増加が、粒子系と流れ系の相互作用の効果で抑制されることが示された。

(6) saltation の飛高および飛高の最大値 (saltation 層厚) については、清水流型のシミュレーションでは過大評価の傾向があった掃流力の大きい領域において、混相流型の本シミュレーションを用いると、既往の実験値の特性が良好に説明された。

(7) step length についても、清水流型では、掃流力の大きい領域で実験値を過大評価する傾向が見られたが、本シミュレーションではその傾向は修正され、実験値の示唆する  $\tau_*$  の  $1/2$  乗比例関係を説明する結果が得られ、本シミュレーションの有効性が確認された。

## 参 考 文 献

- 1) Kalinske, A.A. :Movement of sediment as bed load in rivers, Trans. A.G.U., Vol.28, No. 4, pp.615-620, 1947.
- 2) Einstein, H.A. :The bed load function of sediment transportation in open channel flows, Tech. Bull., No.1026, USDA, Soil Conservation Service, p.78, 1950.
- 3) Bagnold, R.A. :An approach to the sediment transport problem from general physics, USGS Professional Paper, 422-J, pp.1-37, 1966.
- 4) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，pp.56-69, 1972.
- 5) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T. :Sand bed instability due to bed load motion, Jour. Hydraul. Div., ASCE, Vol. 106, HY12, pp.2029-2051, 1980.
- 6) 辻本哲郎・中川博次：掃流粒子の Saltation の確率過程論的解析，土木学会論文集，第345号，pp. 83-90, 1984.



- 7) 関根正人・吉川秀夫：掃流砂の停止機構に関する研究，土木学会論文集，第309号，pp.105-112，1988.
- 8) 江頭進治・芦田和男・高濱淳一郎・田野中 新：連続体モデルに基づく流砂量式の誘導，水工学論文集，第35巻，pp.441-446，1991.
- 9) 辻 裕：固気二相流のモデリングと数値シミュレーション，第5回混相流シンポジウム講演論文集，pp.23-46,1986.
- 10) 福嶋祐介・福岡捷二：浮遊砂を含む流れの二相流的取扱いに基づく流速分布と濃度分布，第23回水理講演会論文集，pp.139-143,1979.
- 11) 岩佐義朗・細田 尚・河村直明・川上卓：サルテーション粒子を有する固定床上の開水路流れの流速分布解析，土木学会関西支部年次学術講演会，1991.
- 12) Meyer-Peter, E. and Muller, R. :Formula for bed-load transport, Proc. 2nd IAHR Congr., Stockholm, pp.39-64, 1984.
- 13) Crowe C.T., Sharma M.P. and Stock D.E.: The Particle-Source-In Cell (PSI-CELL) Model for Gas-Droplet Flows, Jour. Fluids Eng., pp.325-332, 1977.
- 14) Launder, B.E. and Spalding, D.B.: The numerical computation of turbulent flow, Computer Method in Applied Mech. and Eng., Vol. 3, pp.269, 1974.
- 15) Rubey, W.W.: Settling velocities of gravel, sand and silt, American Jour. Science, Vol. 25, No.148, 1933.
- 16) 橋津家久・中川博次：修正  $k-\epsilon$  乱流モデルによる開水路乱流の数値計算，土木学会論文集，第387号，pp.126-134, 1987.
- 17) Patankar, S.V.: Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences, Hemisphere Publishing Corp./McGraw-Hill Book Company,1980.
- 18) Patankar, S.V. and Spalding, D.B.: A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, Int'l. Jour. Heat Mass Transfer, 15, pp.1787, 1972.
- 19) Gosman, A.D. and Ideriah, J.K.: TEACH-T, A General Computer Program for Two-dimensional, Turbulent, Recirculating Flows, Dept. of Mech. Eng., Imperial College of Tech., London S. W. 7, 1976.
- 20) 河村龍馬：飛砂の研究，東京大学理工学研究所報告，Vol.5, No.3-4, pp.95-112, 1951.

## 記号表

本章で用いた記号を以下に列挙する。

$A_2, A_3$	= 砂粒子の2次元・3次元形状係数
$C_D$	= 抗力係数
$C_M$	= 付加質量係数
$C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_\mu$	= 標準 k- $\varepsilon$ モデルの経験定数
$d$	= 砂粒径
$D_w$	= 乱れエネルギーの減衰係数
$e, f$	= 反発係数
$E[ ]$	= 平均値
$f(\alpha   \theta_{in})$	= 仮想反発面傾斜角の確率密度関数
$f_B(y)$	= saltation 粒子の鉛直方向存在確率密度
$F_r$	= Froud 数
$g$	= 重力加速度
$G$	= 乱れエネルギーの発生率
$h$	= 水深
$H_s$	= saltation の飛高
$I_e$	= エネルギー勾配
$k$	= 乱れエネルギー
$k_a, k_w$	= 管路条件と開水路条件で計算される乱れエネルギー
$L_s$	= individual saltation 長
$N_j$	= $j$ 番目のセルを通過する砂粒子数
$Re^*$	= 砂粒 Reynolds 数
$u_*$	= 摩擦速度
$u_p, v_p$	= 掃流粒子の主流方向成分とそれに直行する成分
$u_{pinij}, v_{pinij}$	= $i$ 番目の砂粒子が $j$ 番目のセルに突入する際の速度の $x, y$ 成分
$u_{poutij}, v_{poutij}$	= $i$ 番目の砂粒子が $j$ 番目のセルから出る際の速度の $x, y$ 成分
$u_{gin}, v_{gin}$	= 河床面との衝突直前の砂粒子速度の $x, y$ 成分
$u_{g^*in}, v_{g^*in}$	= 河床面との衝突直前の砂粒子速度の $x^*, y^*$ 成分
$u_{gout}, v_{gout}$	= 河床面との衝突直後の砂粒子速度の $x, y$ 成分
$u_{g^*out}, v_{g^*out}$	= 河床面との衝突直後の砂粒子速度の $x^*, y^*$ 成分
$U, V$	= 平均流速の主流方向成分とそれに直行する成分
$U_m$	= 断面平均流速
$P$	= 平均圧力

$q$	= 流量
$q_B$	= 平衡掃流砂量
$S_{PU}, S_{PV}$	= 運動量欠損を表す負の生成項
$w_j$	= $j$ 番目のセルに配分される流砂量の重み係数
$x, y$	= 主流方向軸とそれに直行する座標軸
$\alpha$	= 仮想反発面傾斜角
$\alpha_{\max}, \alpha_{\min}$	= 仮想反発面傾斜角の最大値, 最小値
$\Gamma$	= 有効粘性係数
$\Lambda$	= 平均 step length
$\Delta V_j$	= $j$ 番目のセルの体積
$\varepsilon$	= エネルギー逸散率
$\theta$	= 水路床の傾斜角
$\theta_{\text{in}}, \theta_{\text{out}}$	= 入射角, 反射角
$\nu$	= 動粘性係数
$\nu_t$	= 渦動粘性係数
$\xi_0$	= (0,1) の一様乱数
$\rho$	= 水の密度
$\sigma$	= 砂粒子の密度
$\sigma[ ]$	= 標準偏差
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	= 標準 k- $\varepsilon$ モデルの経験定数
$\tau_*$	= 無次元掃流力
$\tau_{*c}$	= 無次元限界掃流力

## 仮想反発面傾斜角の解析解の誘導過程

ここでは、幾何的な考察から、仮想反発面傾斜角  $\alpha$  の解析解を誘導する。まず、Fig. 4A.1 に示すような局所座標系を導入する。入射角の正接に相当する傾きを有し河床構成粒子A およびC に接する直線 a-a', c-c' を考えると、saltation 粒子B が河床構成粒子A に接し且つ直線 a-a' に接するとき仮想反発面傾斜角  $\alpha$  は最大となり、河床構成粒子A に接しかつ直線 c-c' に接するとき仮想反発面傾斜角  $\alpha$  は最小となる。この 2つの直線 a-a', c-c' の間の任意の直線は、

$$y = -\tan \theta_{\text{in}} \cdot x + y_0 d \quad (4A.1)$$

で与えられる。ここに、 $y_0 d$ : 直線の接片、 $d$ : 砂粒径である。 $y_0 d$  は、 $\theta_{\text{in}}$  によって分類されて次式で表される。

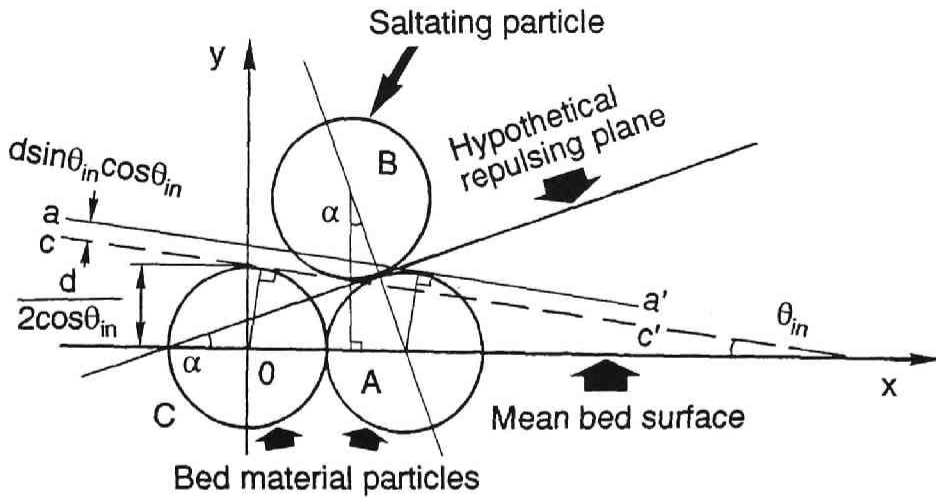


Fig. 4A.1 局所座標系

$$y_0 d = \begin{cases} \frac{d}{2 \cos \theta_{in}} + \xi_0 d \tan \theta_{in} & \text{for } \theta_{in} \leq \frac{\pi}{6} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} \left( \frac{1}{4} + \xi_0 \right) d \tan \theta_{in} & \text{for } \theta_{in} > \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (4A.2)$$

ここに、 $\xi_0 : (0,1)$  の一様乱数であり、衝突位置の任意性を表している。

一方、saltation 粒子の衝突の瞬間の中心は、 $(d(1-\sin \alpha), d \cos \alpha)$  で与えられるから、saltation 粒子 B が式(4A.1)の直線に接する条件は、

$$\frac{|\tan \theta_{in} \cdot d(1-\sin \alpha) - d \cdot \cos \alpha + y_0 \cdot d|}{\sqrt{\tan^2 \theta_{in} + 1}} = \frac{d}{2} \quad (4A.3)$$

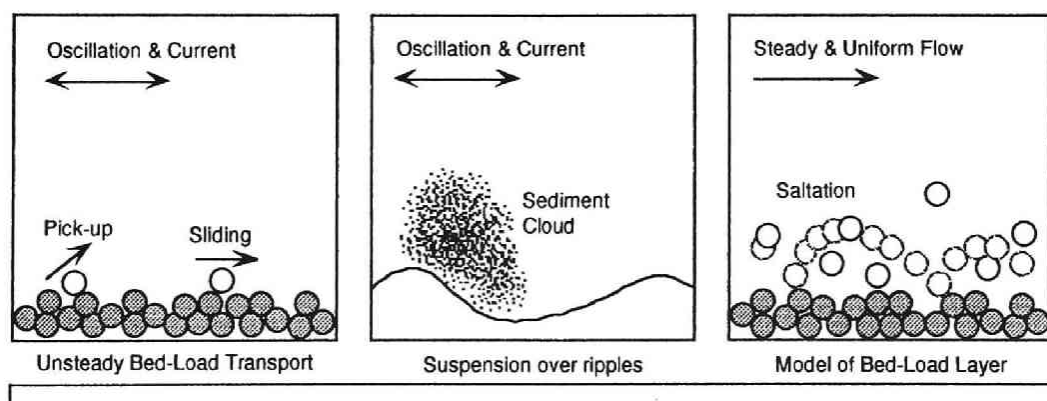
となる。式(4A.2)に式(4A.3)を代入し、 $\alpha$ について解くと、式(4.16)が導かれる。



## 第5章

---

### 結 論





本研究においては、砂粒子の運動機構に関する数値シミュレーションにより、ミクロスケールの移動床現象に対するアプローチを試みた。砂粒子運動のモンテ・カルロシミュレーションを用いることで、移動床現象の確率論的側面が巧妙に模擬され、実験データの収集に困難を伴うような条件下でも移動床系の挙動をその力学的機構の基づいて推定することが可能となる。本章では、本研究の研究成果を要約し、本論文の結論とする。

まず、第1章では、移動床現象における砂粒子の運動機構の数値シミュレーションの意義を明らかにするとともに、移動床現象のシステム論的理解の重要性について述べて、本論文の構成を示した。

次に、第2章では、時間軸上に展開された非平衡掃流砂過程をシステム論的にとらえて、重畳積分形式の非平衡流砂モデルにより定式化した。モデルの構成要素である pick-up rate と moving period については、掃流粒子の運動の確率論的側面を重視した数値シミュレーションを実施して、その特性を明らかにした。転動離脱の運動方程式を数値積分して流体力の変動を伴う場における砂粒子の離脱過程を追跡し、加速度の効果を考慮した pick-up rate の推定を行った。さらに、離脱過程のシミュレーションにより模擬された粒子運動軌跡は、これまでは観察結果としてのみ報告していた乱れによる限界掃流力付近の砂粒子の揺動の存在を示すものであった。一方、moving period は、滑動形式の運動方程式と突起との衝突乗り越しモデルを用いた掃流過程のシミュレーションを用いて推定され、非定常流れ場における砂粒子の運動特性の検討が併せて試みられた。確率モデルを組み込んだ本研究のシミュレーションによると、決定論的モデルでは十分に説明することのできなかった流砂量や deposit rate の 時間変化特性が良好に説明され、時間軸上の非平衡性を論じる際の確率論的モデルの有用性が確認された。シミュレーションモデルは波動場における実験結果にも適用され、良好な再現性が確認された。さらに、振動流・一方向流共存場を対象に系統的なシミュレーションを実施し、シミュレーション結果をまとめて、半周期平均掃流砂量および net の掃流砂量の近似式を提案した。ここで提案された流砂量式により、一方向流速が振動流の流速振幅を上回ることの無い範囲での振動流・一方向流共存場における掃流砂量の評価が可能となった。

第3章では、振動流・一方向流共存場での砂澱上の浮遊過程について、浮遊粒子の運動過程のモンテ・カルロシミュレーションを用いた検討を行った。砂澱上の浮遊過程において浮遊砂雲の演じる役割が特に重要であることは良く知られるところであるが、本研究では、浮遊砂雲による浮遊砂生成過程と浮遊砂雲から解放された後の拡散過程の2段階から成るシミュレーションモデルを提案した。まず、 $k-\epsilon$  乱流モデルによる流れ場の数値シミュレーションにより振動流・一方向流共存場における砂澱上の流れ場の構造を推定し、得られた流れ場において浮遊砂雲および浮遊砂雲から解放された後の浮遊粒子の運動を追跡された。浮遊砂雲の中心部に「核」と成る部分の存在を想定し、「核」の運動を球状粒子の運動方程式を用いてモデル化し、その移動過程を追跡した。シミュレーション結果は、可視化実験から得られた浮遊砂雲の移動軌跡をほぼ良好に説明するものであった。浮遊砂雲から解放された後の浮遊粒子の挙動については、1次元マルコフ過程モデルを組み込んだモンテ・カルロシミュレーションにより Lagrange 的に追跡した。シミュレーションモデルを用いて、浮遊砂雲の移動軌跡上の各点から出発した砂粒子の運動を追跡し、浮遊粒子の沈降位置の分布を推定し、非対称砂澱の場合に実験を通じて確認されていた砂澱の上流方向への進行が、シミュレーション結果により説明可能であることが明らかとなった。さらに、実用上の問



題に配慮して、生成項を有する Murphy 型の拡散方程式により、浮遊砂雲からの浮遊砂生成を考慮した濃度場の数値シミュレーションを実施した。本シミュレーションによって、濃度の点計測から得られた濃度時系列が良好に再現されるとともに、移動拡散源としての浮遊砂雲の濃度場における役割の重要性が再確認された。

第4章では、定常等流下の掃流層の固液二相流的な側面に注目して、粒子系と流れ系の相互作用を考慮した掃流過程の数値シミュレーションを実施した。従来型の確率モデルで前提条件として導入されていた清水流近似は、粒子系と流れ系全体でとらえた場合の運動量保存則の面から不十分なものであり、このことは底面せん断力が大きい場合の高濃度の掃流層を確率モデルで記述する上で重大な障害であると考えられる。これまでの確率モデルによる砂粒子の運動過程の数値シミュレーションでは、清水流近似の本質的問題には触れずに、単に底面せん断力の大きい領域における運動の停止条件を変化させることで済まされることが多かったが、本章では、砂粒子運動の数値シミュレーションと  $k-\varepsilon$  乱流モデルによる流れ場の数値シミュレーションとを融合させて、清水流近似を用いない掃流過程のシミュレーションモデルを構築した。シミュレーションにおいては、粒子系の運動は河床面における不規則な衝突・反発事象を考慮した successive saltation でモデル化され、PSI(Particle-Source-In)-セルモデルによって粒子混入による流れ構造の変化を考慮した流れ系とのカップリングが行われた。シミュレーション結果は、従来の実験結果とも良好に一致し、これまでの清水流近似を前提とした確率モデルでは記述が困難であった底面せん断力の大きい領域における種々の saltation 特性についても有効な説明が可能となった。

以上、本研究では、砂粒子の運動機構に関する数値シミュレーションを通じて種々の移動床問題についての検討を行ってきたが、確率論的諸要因の影響下における単一砂粒子の運動過程を重ねて、移動床系の確率論的側面を再現する確率過程型の数値シミュレーションの有用性の一端が示されたものとする。今後は、第4章の数値シミュレーションで扱った流体-粒子間干渉に加えて、粒子間相互の干渉を含めたミクロスケールの砂粒子の運動機構が固液混相流的アプローチにより明らかにされ、砂粒子レベルの力学モデルに基づく数値シミュレーションが「数値移動床」として体系化される必要があると考えられる。本研究がこの様なミクロスケールの移動床研究の発展の一助となれば幸いである。

## 謝 辞

本研究の全過程にわたり終始一貫して懇切な御指導を頂いた京都大学工学部中川博次教授に深甚の謝意を表する次第である。また、モデルの構成の細部にわたり適切な御助言と御指導を頂いた金沢大学工学部辻本哲郎助教授に謹んで感謝の意を表する。さらに、本研究の遂行にあたり実験およびデータ処理に協力頂いた当時の京都大学大学院生仙波克君、渡辺幹広君、井上裕介君をはじめ水域環境工学研究室の諸氏に感謝の意を表する。最後に、筆者の博士課程在学中に他界した父の理解と支援なしには本研究の遂行は不可能であったことを記して、亡き父に心よりの感謝を表したい。

一

た  
過  
毎

考  
い  
の  
就  
頃  
は  
場  
構  
れ  
る  
極  
端

中  
系  
・  
た  
力  
・

！  
？  
！  
！

